



Munich Personal RePEc Archive

## **A simple spatial economic model: a proposal**

Furtado, Bernardo Alves and Eberhardt, Isaque Daniel  
Rocha

Institute for Applied Economic Research (IPEA), National Council  
of Research (CNPq), University of Brasília (UnB)

2 October 2015

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/67005/>  
MPRA Paper No. 67005, posted 05 Oct 2015 19:02 UTC

# Modelo espacial simples da economia: uma proposta teórico-metodológica

Bernardo Alves Furtado <sup>1</sup>

Isaque Daniel Eberhardt <sup>2</sup>

**Resumo.** Este texto simula a evolução de economias artificiais no intuito de compreender a relevância tributária de limites administrativos na qualidade de vida de seus habitantes. A modelagem consiste na construção de algoritmo computacional cujo desenho contemple cidadãos, organizados em famílias; firmas e governos que interagem em mercados de bens, de trabalho e imobiliário. O mercado imobiliário permite que as famílias se mudem para domicílios com maior qualidade ou menor preço, quando capitalizam a valorização dos terrenos. O mercado de bens comporta a busca do consumidor em número flexível de firmas, escolhendo por preços e proximidade. O mercado de trabalho é dado por processo de pareamento entre firmas (dada sua localização e salário ofertado) e candidatos, de acordo com sua qualificação. O governo pode se configurar em uma região única, ou com quatro ou sete governos subnacionais distintos, porém conurbados economicamente. O papel do governo é coletar impostos sobre o valor de venda das firmas no seu território e aplica-los na melhoria da qualidade de vida dos habitantes. Dentre as limitações do modelo, ressalte-se a dificuldade de compor ajustes entre processos, classes e agentes de forma dinâmica. Ou seja, balancear e equacionar efeitos diferentes no tempo e no espaço. Além disso, o modelo não conta com um mercado de crédito, dado que a ênfase da pergunta de pesquisa está na relevância tributária dos limites administrativos municipais. A análise dos mercados permite indicar trajetórias de desenvolvimento e mecanismos geradores de dados para cada recorte territorial utilizado. Os resultados sugerem que a configuração dos limites administrativos é relevante para os níveis de qualidade de vida advinda da inversão dos tributos. O recorte com sete regiões é mais dinâmico, com maiores valores de PIB, porém mais desigual e heterogêneo entre as regiões. O recorte com região única é homogeneamente mais pobre. O trabalho busca contribuir como referência teórico-metodológica para descrever, operacionalizar e testar modelos computacionais de análise de finanças públicas, com viés explicitamente espacial e dinâmico. Várias alternativas de expansão do modelo para objetos de pesquisa próximos, inclusive a aplicação a municípios conurbados de regiões metropolitanas brasileiras, são relatadas. Ademais, sob a ótica acadêmica, este trabalho contribui com a literatura existente, especificamente avançando nos modelos computacionais

---

<sup>1</sup> É Ph.D, Técnico de Planejamento e Pesquisa e Coordenador na DISET/IPEA; é bolsista de produtividade do CNPq. E-mail: [bernardo.furtado@ipea.gov.br](mailto:bernardo.furtado@ipea.gov.br).

<sup>2</sup> É bolsista PNPD na DISET/IPEA, mestre em Sensoriamento Remoto (INPE) e doutorando em transportes (UnB).

microeconômicos ditos simples e especificando governos locais e relações entre firmas, consumidores e domicílios por distância.

**Palavras-chave:** modelagem, finanças públicas, tributos, municípios, limites, qualidade de vida

**JEL:** C63, H73, D01

**Abstract.** This study simulates the evolution of artificial economies in order to understand the tax relevance of administrative boundaries in the quality of life of its citizens. The modeling involves the construction of a computational algorithm, which includes citizens, bounded into families; firms and governments; all of them interacting in markets for goods, labor and real estate. The real estate market allows families to move to households with higher quality or lower price when the families capitalize property values. The goods market allows consumers to search on a flexible number of firms choosing by price and proximity. The labor market entails a matching process between firms (given its location and offered wage) and candidates, according to their qualification. The government may be configured into a single region, or four or seven distinct sub-national governments, which are all economically conurbated. The role of government is to collect taxes on the value added of firms in its territory and transform the taxes into higher levels of quality of life for residents. Among the limitations of the model, we highlight the difficulty of composing adjustments between processes, classes and agents in time and space. In addition, the model does not yet have a credit market, given the emphasis of the research question on the relevance of municipal administrative boundaries. The analysis of the markets indicate development paths and data-generating mechanisms for each territorial approach used. The results suggest that the configuration of administrative boundaries is relevant to the levels of quality of life arising from the reversal of taxes. The model with seven regions is more dynamic, with higher GDP values, but more unequal and heterogeneous across regions. The simulation with only one region is more homogeneously poor. The study seeks to contribute to a theoretical and methodological framework and to describe, operationalize and test computer models of public finance analysis, with explicitly spatial and dynamic emphasis. Several alternatives of expansion of the model for future research are described, including application to adjacent municipalities of Brazilian metropolitan areas. Moreover, this study adds to the existing literature in the realm of simple microeconomic computational models, specifying relationships between local governments and firms, consumers and households mediated by distance.

**Keywords:** modeling, public finance, taxes, municipalities, limits, quality of life

## 1. Introdução e literatura

O sistema tributário brasileiro é paradoxal, com carga tributária elevada, sistemas paralelos de arrecadação (impostos e contribuições) e guerra fiscal acirrada entre membros federados (AFONSO, J. R. R. et al., 2013). A complexidade do sistema tributário se torna mais patente e marcante quando se analisam os entes subnacionais. A descentralização pós-Constituinte de 1988 impõe competências similares a municípios muito heterogêneos (REZENDE, 2010), com arcabouço administrativo, técnico, político e capacidade de endividamento diferenciadas (CANUTO; LIU, 2013). Essa divergência entre os municípios ocorre não somente no que tange a ordem de magnitude orçamentária, como também no que se refere à disparidade entre municípios centrais e periféricos no contexto metropolitano e regional (ANTINARELLI, 2012; REZENDE, 2010; REZENDE; GARSON, 2006). De fato, Furtado et al. (2013) identificam que há significativamente menos recursos para municípios metropolitanos em relação à sede metropolitana e a municípios do interior. E, ainda, que tais municípios apresentam máquinas administrativas menos eficientes, com maiores dispêndios e menores resultados, comparativamente. Além dessa capacidade administrativo-financeira reduzida, municípios periféricos ainda apresentam pior qualidade de vida e maiores índices de violência (ANDRADE; FIGUEIREDO, 2005; WAISELFISZ, 2012). Embora a literatura de análise de eficiência do gasto público (AFONSO, A. et al., 2013; GASPARINI; MIRANDA, 2011; ORAIR et al., 2011), propositiva (AFONSO, 2014; GOBETTI, 2015) e descritiva (SANTOS; GOUVÊA, 2014) seja farta e de alta qualidade, poucos exercícios enfatizam a análise prospectiva que simule efeitos futuros de alterações de políticas públicas presentes (BRANDALISE et al., 2012; CARVALHO et al., 2015), especialmente para o caso brasileiro e seus entes subnacionais.

A literatura internacional apresenta vários modelos de simulação computacional para análise macroeconômica e tributária (DAWID et al., 2012, 2014; DOSI et al., 2009, 2012), finanças bancárias (CAJUEIRO; TABAK, 2005, 2008; TABAK, BENJAMIN M. et al., 2009; TABAK, B. M. et al., 2009), bolsas de valores (LEBARON, 2006; PALMER et al., 1994) e análise de mercado de energia (LEBARON; TEFATSION, 2008). Esses estudos se desenvolveram a partir dos trabalhos seminais de Anderson, Pines e Arrow (1988) e Arthur (1994). Recentemente, essa literatura incorpora avanços nos modelos e discute ainda interconexões bancárias por meio de análise de redes e as possibilidades de falha sistêmica (BARGIGLI; TEDESCHI, 2014; GRILLI et al., 2014; YA-QI et al., 2013).<sup>3</sup>

Essa farta literatura, todavia, analisa mercados específicos (interbancários, de energia ou bolsas de valores) ou buscam representar mercados, seus agentes e processos de forma detalhada, de modo que rapidamente se tornam complexos e

---

<sup>3</sup> A famosa expressão *'too big to fail'*, em inglês: 'muito grande para quebrar', referindo-se a instituições financeiras no pós-crise de 2008.

demandantes de alto poder computacional (DEISSENBERG et al., 2008; GUOCHENG et al., 2015; VAN DER HOOG et al., 2008).

Modelos simples cujo objetivo seja a interação entre os agentes, em escalas espaciais menores e de curto prazo são mais raros. Tesfatsion (2006) faz uma proposta inicial com dois produtos '*hash*' e '*beans*'. Straatman et al. (2013) propõe um arcabouço que simula um mercado de leilões vinculado a um modelo de produção que, em conjunto, resultam em um modelo simples, mas completo e micro fundamentado.

Lengnick (2013), expandindo o trabalho de Gaffeo (2008), propõe um modelo que, embora simule variáveis macroeconômicas, contêm elementos do mercado imobiliário e dos mercados de consumo e de trabalho específicos. Como detalhado abaixo, nossa proposta parte do modelo de Lengnick, mas faz vários avanços, espacializando o mercado imobiliário, incluindo aplicações para distintas regiões administrativas.

Nesse contexto, este texto elabora uma proposta de algoritmo computacional que seja capaz de replicar elementos básicos de uma economia, seus mercados, seus atores e processos da forma mais simples possível, mas que permita a análise espacial e dinâmica dos mecanismos centrais dessa economia e a análise de efeitos de políticas públicas. O interesse é no desenho de mecanismo gerador de dados que mimetize a economia sobre a qual se aplicam os tributos, de modo que análises prospectivas possam ser feitas. De forma específica, a pergunta de pesquisa é identificar se a alteração de limites administrativos e a consequente alteração das bases de arrecadação tributária, em princípio, altera a qualidade de vida dos cidadãos.

Para além da investigação da pergunta de pesquisa, a contribuição desse estudo se dá pela construção explícita de modelo computacional que possa ser configurado como uma '*máquina de simulação da economia*'. Constitui-se desse modo em laboratório modular sobre o qual pequenas alterações e acréscimos permitem a investigação de novas perguntas de pesquisa no âmbito econômico. Nesse sentido, a seção 43.1 inclui exemplos específicos das aplicações futuras do modelo proposto, adicionalmente ao exercício feito neste estudo.

Explicitamente em relação às contribuições à literatura, o modelo se propõe como adaptação e avanço da abordagem proposta por Lengnick (2013). A principal contribuição se dá na inclusão de governos locais que recolhem impostos e oferecem serviços públicos. Com isso, o modelo ora proposto tem objetivo diferente do original. Enquanto Lengnick busca estudar efeitos nas variáveis macroeconômicas de pequenos choques de política monetária, o modelo proposto enfatiza as diferenças espaciais entre regiões administrativas distintas que recolhem tributos e os reaplicam nas respectivas regiões por meio de oferta de serviços públicos e, conseqüentemente, promovem a melhoria da qualidade de vida da

população local. Além disso, a concepção do modelo também é inovadora, uma vez que há alteração de um modelo de domicílios fixos, para um modelo no qual as famílias se movem em busca de domicílios e regiões com mais qualidade de vida – à la Tiebout (1956) – ou mais adequado as suas preferências e capacidade de pagamento.<sup>4</sup>

Outra distinção relevante do nosso modelo é a de ausência de uma estrutura em forma de rede que estabeleça as interações do mercado de trabalho e do mercado de bens. Para o nosso caso, as interações nesses mercados se dão por meio dos preços de salários e da distância entre residência e firma. Finalmente, a entrada no mercado de trabalho se dá por compatibilidade de idade e não está restrita ao chefe da família, como em Lengnick (2013).

Dessa forma, esse trabalho propõe a construção de um modelo de simulação da economia que se baseia na literatura precedente, mas que possui a originalidade de avançar na área específica de modelos microeconômicos simples, introduzindo governos locais e espacialidade explícita dos mercados.

Além desta introdução, o texto conta com a apresentação do modelo, suas características e espacialidade (seção 2), seguida da apresentação e discussão dos resultados (seção 3) e a devida análise de sensibilidade. A seção 4 especifica as inúmeras possibilidades de desdobramento do modelo proposto decorrentes da ‘máquina de simulação da economia’, justificando o trabalho como uma ‘proposta teórico-metodológica’. A seção 5 apresenta as considerações finais.

## **2. O modelo proposto: metodologia, características e processos**

Com o objetivo de modelar recolhimento de tributos locais e capacidade de oferta de bens públicos para avaliar e comparar opções de políticas públicas foi utilizado neste trabalho a modelagem baseada em agentes de uma economia simples. A metodologia propõe a construção de modelo teórico com agentes heterogêneos, famílias, firmas e governos, com características, localização e processos específicos. Uma vez constituído o modelo teórico, aplica-se então simulação numérica ao conjunto de parâmetros estabelecidos, verifica-se sua robustez por meio de análise de sensibilidade e verificam-se os resultados para períodos de tempo específicos.

---

<sup>4</sup> Veja ainda a discussão de Pinto (2014, p. 57): “A descentralização e a fragmentação do território oferecem uma alternativa ao consumidor de bens coletivos, pela qual ele, embora não possa comprar cada bem separadamente, pode ‘comprar’ um pacote de bens que mais se aproximem de suas preferências”.

## 2.1. Modelagem baseada em agentes

### 2.1.1. Literatura

A análise econômica a partir de modelos baseados em agentes se consolida metodologicamente a partir do modelo '*Sugarscape*', desenvolvido por Epstein e Axtell (1996). Antes deles, modelos de agentes foram discutidos no contexto da segregação social no clássico trabalho do Nobel Thomas Schelling (1969); no âmbito seminal da teoria dos jogos e estratégias de cooperação (AXELROD; HAMILTON, 1981) e das ciências sociais (HOLLAND, 1992) e econômicas (CIARLI, 2012; GEANAKOPOLOS et al., 2012; HOLLAND; MILLER, 1991). Além disso, modelos completos de microsimulação foram apresentados por Bergmann (1974) e Eliasson (1976).

Mais recentemente, modelos baseados em agentes têm sido usados para análise de aprendizado e evolução de comportamento, coalização e cooperação (NARDIN; SICHMAN, 2012); com agentes que expressam intencionalidade artificial (ADAMATTI et al., 2009) e nas áreas de educação e cognição (MAROULIS et al., 2010, 2014).<sup>5</sup> Marco relevante e recente é o texto de Boero et al. (2015) específico para a economia, com descrição conceitual e metodológica e aplicações para desenvolvimento de capital humano, análise de redes, sistemas de pagamento interbancário, firmas de consultoria, sistemas de seguros na saúde, avaliação *ex-ante* de políticas públicas, governança, sistemas fiscais e cooperação.

Os passos metodológicos desse tipo de abordagem, com ênfase na interpretação de dados empíricos, estão descritos por Hassan et al. (2010). Nessa proposta, o modelador desenvolve o modelo com base na teoria, mas tendo como ponto de partida os dados empíricos existentes. Dois processos são então essenciais: a verificação e a validação do modelo (CARLEY, 1996; MIDGLEY et al., 2007).

A etapa de verificação avalia se há adequação efetiva do algoritmo na realização das tarefas e processos exatamente do modo como o modelador e o programador interpretam e pensam estar ocorrendo. Ou seja, verificam a compatibilidade entre a intencionalidade do algoritmo e sua execução factual (DAVID et al., 2005).

A validação se refere ao uso de dados históricos para avaliar se o modelo consegue, minimamente, reproduzir trajetórias conhecidas. Verifica se o modelo é capaz de replicar a essência do fenômeno. Uma vez validado, o modelo pode ser utilizado para indicar trajetórias futuras. Zhang et al. (2011) ilustram esse processo para adoção de combustíveis alternativos para automóveis.

---

<sup>5</sup> Para uma revisão de modelos recentes, veja Winikoff et al. (2012).

O desenvolvimento do modelo apresentado neste estudo se insere em contexto de pesquisa de mais longo prazo que inclui as seguintes etapas:

- i. Elaboração de modelo teórico que contenha mercado de trabalho, de bens e imobiliário com firmas e residências explicitamente espaciais;
- ii. Verificação;
- iii. Calibração com dados reais;
- iv. Uso do modelo para análise de políticas públicas.

Este texto descreve as etapas *i* e *ii* e resultados preliminares e serve como consolidação do modelo teórico. Utiliza-se, portanto, de dados artificiais gerados para teste, verificação e validação do constructo teórico proposto. Embora com valores similares aos observados, os dados criados não se referem a regiões específicas do universo de pesquisas domiciliares ou bases de dados oficiais. As etapas seguintes dessa pesquisa incluirão a adaptação do modelo para dados reais da realidade brasileira e consequentemente poderão apresentar resultados de políticas públicas mais tangíveis.

Outra necessidade metodológica desse processo de modelagem é que as decisões e etapas do modelo sejam conhecidas e comparáveis. Nesse esforço, a comunidade científica sugere dois procedimentos (a) a adoção de protocolos, a exemplo do ODD (do inglês, '*Overview, Design concepts, and Details*'), descritos por Grimm et al. (2006, 2010); e (b) a disponibilização do código-fonte. O acesso ao código permite a reprodutibilidade completa dos processos e resultados, garantindo que terceiros procedam a verificações adicionais e independentes. O código utilizado na realização deste estudo está disponível e pode ser solicitado aos autores.<sup>6</sup> O protocolo ODD se encontra preenchido como Apêndice D deste trabalho. Dada a necessidade de comparação intrínseca ao protocolo, o ODD foi preenchido em inglês.

## **2.2. Características e propriedades do modelo: processos e regras**

Esta seção descreve o modelo, suas características, pressupostos, processos, etapas, intenções e limitações. Além disso, detalha as funções e regras subjacentes a cada processo. Intuitivamente, são os processos de tomadas de decisão que orientam a dinâmica do modelo. A literatura que fundamenta as escolhas está listada nos processos.

---

<sup>6</sup> Quando da sua publicação, o algoritmo utilizado neste trabalho será disponibilizado no GitHub. De todo modo, como usual, pseudocódigos com os principais processos foram incluídos nos apêndices.



### 2.2.1. Classes

O modelo foi desenvolvido no conceito de programação orientada a objetos (OOP)<sup>7</sup>, na linguagem Python, versão 3.4.3.<sup>8</sup> A vantagem da abordagem OOP é que os elementos do modelo se organizam em classes.

Classes são estruturas de dados – similares, por exemplo, a uma matriz organizada em linhas e colunas, porém mais flexíveis. As classes contêm variáveis (números inteiros, decimais, vetores, listas de elementos, textos ou matrizes). Além disso, contêm processos que são aplicados às variáveis e as modificam, por exemplo, atualizando valores, acumulando valores novos ou, ainda, retornando valores solicitados por processos de outras classes.

Na sequência descrevem-se, os valores iniciais e processos de alocação; o detalhamento dos mercados, o governo, o sequenciamento temporal e espacial do modelo. Finalmente, apresentam-se a implementação, os parâmetros e as limitações.

#### *Classes – variáveis iniciais*

O modelo deste trabalho contém cinco classes principais: **agentes**, os cidadãos; **famílias** – conjunto endógeno de cidadãos, móveis; **domicílios** – residências fixas; **firmas**, também fixas no espaço, e **governos**.

Os agentes apresentam como características próprias a partir de uma distribuição uniforme: a idade, anos de escolaridade e uma quantidade monetária em espécie inicial.

Domicílios apresentam diferentes tamanhos; preços – que são função do tamanho e do valor do metro quadrado; e localização no espaço de modelagem com os limites a Norte (N), Sul (S), Leste (L), Oeste (O). As firmas também estão localizadas de forma aleatória no espaço e iniciam a simulação com algum capital em caixa.

#### *Alocação de agentes em famílias*

O número de agentes e o número de famílias do modelo é determinado de forma exógena pelo modelador. O processo de alocação é aleatório. Escolhe-se um agente ainda não alocado e uma família e cria-se o vínculo.<sup>9</sup> Dessa forma, a

---

<sup>7</sup> Do inglês: *Object-Oriented Programming*.

<sup>8</sup> Para uma introdução, veja, por exemplo, Downey (2012).

<sup>9</sup> Em termos do algoritmo, cada instância de agente memoriza variáveis referentes a sua família (e residência) no seu próprio corpo de variáveis. Do mesmo modo, os agentes (suas IDs e o acesso a seus métodos) são listados como grupo da família.

proporção de agentes por família é endógena e variável. Os agentes mantêm a mesma idade ao longo da simulação, não havendo nascimentos ou óbitos.<sup>10</sup>

#### *Alocação inicial de famílias em domicílios*

No momento inicial de estabelecimento do espaço de simulação, as famílias são alocadas aleatoriamente para domicílios que se encontrem vagos. Nesse processo são ‘cartorializadas’ as informações, sendo que os domicílios recebem a informação da família ocupante, e os membros da família registram o endereço da nova residência, bem como seu valor de mercado e tamanho.

#### 2.2.2. Mercado imobiliário

Quando a simulação já está em andamento, o processo de modelagem do mercado imobiliário é o seguinte:

A partir de um parâmetro escolhido pelo modelador, digamos, 0,07, tal parcela do conjunto de famílias (7%) entra mensalmente em uma lista composta de forma aleatória que indica ‘famílias no mercado, em busca de nova residência’ (ARNOTT, 1987). Ao mesmo tempo, selecionam-se as residências do modelo que estão desocupadas.<sup>11</sup> Mensalmente os preços das residências ( $P_t$ ) são atualizados, considerando-se o preço no mês anterior ( $P_{t-1}$ ) e a variação percentual do Índice de Qualidade de Vida da região do domicílio ( $\Delta IQV_r$ ).

$$P_{it} = P_{i,t-1} * (1 + \Delta IQV_{r,t}/IQV_{r,t-1}) \quad (1)$$

A qualidade da residência ( $Q$ ) é baseada no tamanho da residência ( $s$ ) – fixo – e no Índice de Qualidade de Vida corrente (DIPASQUALE; WHEATON, 1996; NADALIN, 2010) e funciona como critério na escolha de nova residência.<sup>12</sup>

$$Q_i = s_i * IQV_{rt} \quad (2)$$

Duas alternativas se colocam para as famílias que estão no mercado. As famílias cuja soma dos recursos financeiros de seus membros é superior à mediana de todas as famílias irão buscar residências com maior qualidade e efetuarão a compra se o valor da casa atual da família ( $P_{i(s)}$ ), somado ao valor em espécie disponível ( $Y$ ) for maior do que o valor da casa com melhor qualidade pretendida ( $P_{i(s)} + Y > P_{j(s)}$ ). Por outro lado, as famílias cujo valor em espécie é menor que a mediana das famílias, buscarão casas mais baratas ( $P_{i(s)} > P_{j(s)}$ ) do que as que ocupam no momento,

---

<sup>10</sup> Esses aspectos podem ser facilmente modificados para outras versões do modelo. Entretanto, para a pergunta de pesquisa desse estudo e seu caráter de proposição, aspectos adicionais poderiam desviar a atenção do problema central.

<sup>11</sup> É restrição inicial do modelo que o número de residências escolhido seja sempre superior ao número de famílias.

<sup>12</sup> Tradicionalmente, os determinantes dos preços dos imóveis são dados pelos seus atributos próprios e pelas características do local.

como forma de angariar recursos financeiros novos (BRUECKNER, 1987; DIPASQUALE; WHEATON, 1996).

Quando observadas as condições, a mudança de domicílio é feita e a diferença de desembolso, quando para residências mais caras ( $P_{i(s)} - P_{j(s)}$ ), ou reembolso ( $P_{j(s)} - P_{i(s)}$ ) é computada no orçamento das famílias. As casas cujas famílias se mudaram, tornam-se desocupadas.

Veja o pseudocódigo no Apêndice A.

Dessa forma, uma parcela das famílias está sempre em busca de casas maiores ou de melhor qualidade, situadas nas melhores regiões, quando dispõe de recursos financeiros e outra parcela está em busca de casas mais baratas.

### 2.2.3. Firms: função de produção e preços

A tecnologia de produção da firma é fixa e a função de produção depende do número de trabalhadores ( $l_f$ ), sua qualificação ( $E$ ) e de um parâmetro exógeno que determina a produtividade ( $\alpha$ ).<sup>13</sup>

$$f(l_f, E, \alpha) = l_f * E^\alpha \quad (3)$$

A quantidade de produtos é atualizada diariamente de acordo com a equação acima. Nesse modelo há somente um produto por firma.<sup>14</sup>

#### *Firms: tomada de decisão acerca de preços de bens*

A literatura confirma a rigidez dos preços e a dificuldade gerencial da tomada de decisão acerca do processo de alteração dos preços (BLINDER, 1982, 1994). No modelo proposto, a partir do preço inicial que é fixado como preço de custo, as firmas alteram seus preços de acordo com a informação de estoque (BERGMANN, 1974)<sup>15</sup>. Quando a quantidade em estoque ( $q$ ) é menor que o limite indicado pelo parâmetro ( $\partial$ ), o preço é reajustado para cima, também de acordo com um parâmetro de escolha do modelador ( $\varphi$ ). Esse parâmetro é exatamente o *mark-up* escolhido pela firma. Quando a quantidade está acima do nível escolhido, os preços retornam ao preço de custo.<sup>16</sup> Ou seja, quando a demanda está baixa o *mark-up* é

---

<sup>13</sup> Adaptado a partir de Lengnick (2013), Dosi et al. (2009) e Gaffeo et al. (2008).

<sup>14</sup> Embora o modelo comporte número maior de produtos, com a previsão de um 'inventário' por firma, a ênfase deste trabalho específico sugere que um produto é suficiente para a análise espacial.

<sup>15</sup> Bergmann utiliza também custos e lucros, além do estoque para ajustar preços. Dawid et al. (2012) usam informações dos níveis dos estoques para determinar quantidade a produzir.

<sup>16</sup> O preço de custo da unidade produzida é 1, dado que a produtividade do trabalhador e seu salário base são ambos determinados pela sua qualificação.

zero. Essa proposta segue os resultados de *survey*, conduzida por Blinder (1994), que indica que apenas parcela pequena das firmas reajusta preços para baixo.

$$\begin{cases} \text{se } q < \partial, & p_t = p_{t-1} * (1 + \varphi) \\ \text{se } q > \partial, & p_t = 1 \end{cases} \quad (4)$$

#### 2.2.4. Mercado de bens

Dado que nem todos os agentes da família fazem parte da população economicamente ativa, os recursos totais da família são divididos equitativamente entre os membros da família antes da decisão de consumir.<sup>17</sup>

Cada consumidor então escolhe um valor para consumo que varia entre 0 e sua riqueza total ( $w$ ), reduzido de um fator exógeno de propensão ao consumo ( $\beta$ ) (SCHETTINI et al., 2012).

$$C = (0, w^\beta) \quad (5)$$

A família então procede a dois cálculos. Dado o parâmetro de tamanho de mercado ( $\Gamma$ ), por exemplo, de cinco firmas, cada agente processa dentre tais firmas, aquela com **menor preço** (MANKIW, 2011), e aquela com **menor distância** da residência do agente (FUJITA et al., 1999; LÖSCH, 1954). Aleatoriamente, o agente escolhe entre menor preço ou menor distância. De forma intuitiva, às vezes vale o esforço de ir mais longe por menor preço, às vezes, escolhe-se mais perto, embora não necessariamente mais barato.<sup>18</sup> O pseudocódigo está disponível no Apêndice B.

#### 2.2.5. Mercado de trabalho

##### *Ajuste de salários*

Os salários são definidos como uma parcela fixa, determinada endogenamente pela qualificação do empregado ( $E$ ) elevada a um parâmetro de produtividade ( $\alpha$ ), acrescido da proporção do lucro sobre o capital da empresa, quando o lucro e o capital da empresa são positivos ( $\pi$ ) (MICHAELY; ROBERTS, 2012). No caso de a empresa apresentar lucro (ou capital) negativo, paga somente a proporção fixa referente à qualificação. O parâmetro ( $\alpha$ ) é o mesmo utilizado na função de produção da firma. Essa decisão é harmônica ao fato que trabalhadores mais qualificados também produzem mais (no modelo proposto).

$$w = \pi * E^\alpha \quad (6)$$

<sup>17</sup> Nesse caso, famílias que aleatoriamente receberam apenas membros que não participam da população economicamente ativo (idade < 16 ou idade > 70) podem ficar sem recursos rapidamente.

<sup>18</sup> Esse processo segue três dos cinco passos descritos por Roozmand et al. (2011), embora não se aproxime da elaboração proposta por Roozmand et al.

Dessa forma, elementos endógenos da firma e do empregado influenciam os salários. Firms lucrativas pagam salários mais altos e empregados mais qualificados (e produtivos) têm melhor remuneração.

Os salários em Lengnick (2013) são característica exclusiva do agente que altera seu próprio salário de referência de acordo com o sucesso ou fracasso no mercado de trabalho. A força motriz do mercado de trabalho para este trabalho proposto é a capacidade da firma de realizar novas contratações. Capacidade essa que está vinculada a suas vendas, seus preços, custos e lucro. Ou seja, a dinâmica do modelo é essencialmente endógena.

### *Mercado de trabalho*

A firma toma decisões referentes a contratação e demissão observando o lucro ( $\pi$ ), ou prejuízo do último trimestre, respectivamente. Essa avaliação ocorre de forma aleatória, em média, uma vez a cada quadrimestre, observando parâmetro fixado exogenamente ( $\gamma$ ).

A seleção é feita por um sistema de anúncios públicos. As empresas interessadas compõem uma lista e informam os valores do salário variável pago, ou seja, a parcela referente ao seu lucro. Os funcionários entre 17 e 70 anos que não estejam empregados, recorrentemente, se inscrevem na lista de oferta de trabalho.

Na sequência há um pareamento entre firma e empregado, de modo que a firma que paga o mais alto salário escolhe o empregado que seja ou o mais qualificado ou o que more mais perto (BOUDREAU, 2010). Feito o pareamento, a firma e o empregado contratado são retirados da lista de anúncios públicos e nova rodada de classificação de salários, distâncias e qualificações é feita. E assim, sucessivamente, até que não haja mais firmas ou empregados interessados.<sup>19</sup>

Na tomada de decisão de desligamento dos empregados, a firma simplesmente escolhe aleatoriamente um empregado e o dispensa. O pseudocódigo está descrito no Apêndice C.

### 2.2.6. Governo

Os governos locais de cada região recolhem um imposto sobre o consumo ( $\tau$ ), no momento da compra, de acordo com a localização da firma realizando a venda. A alíquota é determinada por um parâmetro exógeno.

---

<sup>19</sup> Há literatura disponível sobre os mecanismos e procedimentos atribuídos aos agentes em ABMs. Todavia, Neugart et al. (2012) avaliam que não há consenso sobre o melhor procedimento, com aplicações restritas a aspectos específicos do mercado.

Mensalmente, os governos de cada região ( $r$ ) transformam integralmente os recursos per capita ( $N_r$ ) coletados em aumentos lineares no Índice de Qualidade de Vida (SCHETTINI, 2012). Ou seja, o IQV é reflexo linear da acumulação de vendas das firmas da sua região, observada à dinâmica populacional. Esse processo se baseia no desenho do ICMS cota-parte cuja lógica concentradora parece ser dominante (FURTADO et al., 2013), mas não inclui o efeito de eficiência dos recursos para regiões mais populosas.

$$IQV_{rt} = IQV_{r,t-1} + \sum_i \tau / N_r \quad (7)$$

No modelo proposto neste trabalho, três alternativas de recortes administrativos do governo são propostas e estão detalhadas no item 2.3.

#### 2.2.7. Sequenciamento do modelo

O modelo segue a distribuição temporal proposta por Lengnick (2013), que é composto por meses com 21 dias úteis, que se constituem em trimestres e anos.<sup>20</sup>

O sequenciamento do modelo pode ser assim descrito:

- I. O modelador define se o sistema deve ser configurado com uma, 4 ou 7 regiões. Os parâmetros da simulação (veja seção 2.4) e do modelo podem ser alterados.
- II. São então criadas as regiões, agentes, famílias, domicílios e firmas, dados os parâmetros fornecidos.
- III. Os agentes são alocados nas famílias e as famílias são alocadas em domicílios.
- IV. Ainda antes do início da simulação temporal, o arcabouço inicial do modelo se completa com a criação de um produto por firma e uma rodada inicial de contratação.
- V. Com o início da simulação, para cada dia, a função de produção é executada, para todas as firmas.
- VI. Ao final de cada mês:
  - a. As firmas pagam os salários;
  - b. As famílias consomem e (na mesma transação) os governos recolhem impostos;
  - c. Os governos aplicam os recursos na atualização do IQV;
  - d. As firmas atualizam os lucros, de acordo com o capital do último trimestre;
  - e. As firmas atualizam os preços dos produtos;

---

<sup>20</sup> Ainda, por sugestão de Lengnick (2013), os meses constituem-se apenas dos dias úteis, sendo assim que a cada 21 dias, completa-se um mês. Essa decisão é trivial e a alteração para 30 dias não afetaria os resultados, a não ser que o objetivo do modelo fosse examinar atividades em dias úteis e não úteis (como por exemplo, o consumo de bebidas ou a vacância em hotéis).

- f. Se necessário, firmas postam ofertas de emprego ou demitem funcionários;
- g. Desempregados se oferecem para as vagas e o processo de pareamento é realizado;
- h. Parcela das famílias entra no mercado de imóveis e realiza transações.

VII. Trimestralmente, as empresas divulgam e registram os lucros do período.

Vale ressaltar que o sequenciamento descrito acima ocorre com a interação simultânea de várias classes (Tabela 1). Desse modo, a metodologia utiliza de forma dinâmica e espacial a interação entre os agentes do modelo. Por exemplo, a verificação de endereço ocorre simultaneamente para a firma e o domicílio e a região administrativa. Assim, ao verificar suas coordenadas X e Y, a firma e o domicílio precisam identificar os limites das regiões administrativas, resolver e registrar que dado endereço encontra-se em determinada região e, portanto, coletará impostos e beneficiar-se-á de serviços naquela região específica.

Da mesma forma, o sistema de anúncios no qual ocorre o pareamento de firmas e empregados depende simultaneamente de informações referentes a cada agente (qualificação e localização) e cada firma (salário pago e localização) para realizar o processo conforme descrito.

A Tabela 1 descreve todos os processos do algoritmo de forma sequencial de cima para baixo, após o período de composição da economia (*setup* e dia 0), os dias (21) se sucedem até o período do primeiro mês quando ocorrem as ações descritas no período 'meses'. Novamente, ciclos de 21 dias e novo período mensal. Na terceira rodada mensal, a etapa trimestral ocorre e assim sucessivamente até o período delimitado pelo modelador, no presente trabalho, 20 anos. Nesta versão do modelo, não há processos que ocorram anualmente, embora o período esteja implementado para facilitar a contagem temporal.

Tabela 1 – Sequenciamento e interação entre as classes e evolução do algoritmo. Uma vez iniciado o processo, etapas ‘setup’ e ‘dia 0’, os dias se sucedem, constituem-se em meses e os meses em trimestres, sucessivamente, até o prazo determinado pelo modelador. Itens com asterisco indicam necessidade de parâmetros exógenos.

	AGENTES	FAMÍLIAS	FIRMAS	DOMICÍLIOS	GOVERNO	OUTROS
<b>SETUP</b>	CRIAÇÃO *				CRIAÇÃO *	
		CRIAÇÃO *				
			CRIAÇÃO *	CRIAÇÃO *		
	ALOCAÇÃO AG. EM FAM.	ALOCAÇÃO AG. EM FAM.				
		ALOCAÇÃO FAM. EM DOM.		ALOCAÇÃO FAM. EM DOM.		
					INICIALIZAÇÃO	
<b>DIA 0</b>			CRIAÇÃO PRODUTO			
			OFERTA POSTO			ANÚNCIOS
	OFERTA TRABALHO					ANÚNCIOS
			CONTRATAÇÃO *			
			REGISTRO ENDEREÇO		REGISTRO ENDEREÇO	
	PRODUÇÃO		PRODUÇÃO			
				REGISTRO ENDEREÇO	REGISTRO ENDEREÇO	
<b>DIAS</b>  <b>MESES</b>						PARÂMETROS
	PRODUÇÃO *		PRODUÇÃO			
	PAGAMENTO (RECEBE)		PAGAMENTO (PAGA)			
		DISTRIBUI PER CAPITA				
	CONSUMO (COMPRA) **		CONSUMO (VENDA)		CONSUMO (IMPOSTO) *	
					APLICA IQV *	PARÂMETROS
			CALCULA LUCRO			
			AJUSTA PREÇOS **			
	DEMISSÃO		OFERTA POSTO/DEMISSÃO			
	OFERTA TRABALHO					
			CONTRATAÇÃO *			ANÚNCIOS
		ENTRA MERCADO IMOBILIÁRIO *		ATUALIZA PREÇOS/QUAL.	ATUALIZA IQV	
<b>TRIMESTRES</b>			ATUALIZA LUCROS			ESTATÍSTICAS
<b>ANOS</b>						

Fonte. Elaboração dos autores.

#### 2.2.8. Indicadores e iterações

A construção do modelo permite observar cada agente de cada classe em cada período. Ou seja, todas as variáveis utilizadas, para cada agente, firma, governo, estão disponíveis o tempo todo. Por parcimônia, apenas os valores mais relevantes são impressos, ou gravados para análise posterior.



O modelo deste texto calculou a riqueza média das famílias e das firmas, o número de empregados e desempregados, o PIB por região e total, a população e o índice de qualidade de vida de cada região, a utilidade da família (dada pelo seu consumo), o lucro e a quantidade de empregados das firmas, o índice de Gini (medido pela utilidade das famílias).

Finalmente, ressalte-se que, dada a criação de economias artificiais, os resultados variam de acordo com os números aleatórios escolhidos. O modelo depende de números aleatórios para: (i) a geração inicial de agentes, firmas, domicílios e alocação de agentes nas famílias e famílias em domicílios; (ii) a escolha entre distância e qualificação no mercado de trabalho e entre distância e preços no mercado de bens; (iii) na escolha das firmas que vão compor o mercado no mercado de bens e (iv) na frequência com que a firma avalia o mercado de trabalho.

Com isso, os resultados do modelo para uma rodada são dependentes da geração de números pseudoaleatórios do programa. É necessário, então, rodar número suficiente de iterações para que se observem tendências médias do resultado, em conjunto com análises da distribuição para identificar o comportamento do modelo.

No caso deste texto, os resultados foram obtidos com 1.000 iterações para cada uma das divisões espaciais (uma, 4 e 7 regiões).

### **2.3. Espacialidade do modelo**

A espacialidade do modelo neste trabalho é central para a pergunta de pesquisa e se expressa de forma explícita. O cálculo da distância (e acessibilidade) está presente em dois momentos: (a) na escolha do empregado pela firma e (b) quando o consumidor opta entre preço e (facilidade de) localização. Como parcela das famílias sempre se muda, esses cálculos de distância são dinâmicos e reorganizam a cada mês as relações entre firmas e consumidores, bem como entre firmas e trabalhadores. Ou seja, as firmas e as residências são fixas, mas as famílias mudam-se constantemente, garantindo dinamicidade espacial ao modelo.

Além disso, o IQV é reflexo linear e espacialmente compartimentalizado das vendas das firmas de cada região. Esse mesmo IQV, por sua vez, impacta os preços das residências. Com isso, o mercado imobiliário e os mercados de bens e trabalho estão todos vinculados espacialmente.

Além da espacialidade nos próprios processos, há a possibilidade de se diferenciarem as regiões do modelo, de acordo com o esquema da Figura 1. O ponto central da figura apresenta as coordenadas 0, 0. Nas quatro direções, a distância pode ser estabelecida por meio de parâmetros. Este trabalho utilizou os parâmetros 10, -10, 10 e -10, a Norte, Sul, Leste e Oeste, respectivamente.

Três opções de regiões foram utilizadas e são alteradas entre si por meio de outro parâmetro do modelo, o de número de regiões ( $\eta$ ). Caso o parâmetro  $\eta$  seja igual a 1, o modelo roda com apenas uma região, com código 0, que engloba todo o espaço. Com parâmetro  $\eta$  igual a 4, o modelo roda com 4 regiões, com os códigos, 0, 1, 2 e 3, sendo que a região 3 engloba toda a área das sub-regiões 3, 4, 5 e 6 da Figura 1. E finalmente, com sete regiões, o modelo segue a configuração dos códigos da figura, com quatro regiões menores e três maiores.

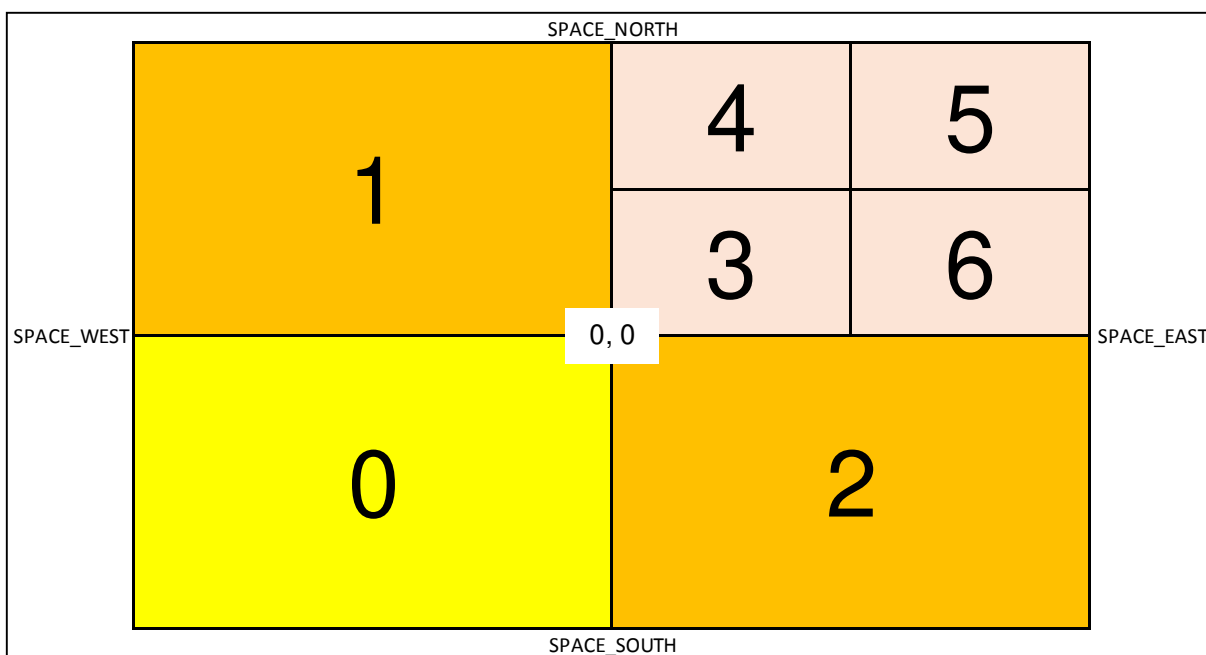


Figura 1 – Sistema de divisão em regiões, coordenadas e códigos. Com uma região, o espaço de simulação é completo, de norte a sul, de leste a oeste, compreendendo todas as cores. Com 4 regiões, as regiões são simétricas, incluindo os códigos 0, 1, 2 e toda a região composta pelas sub-regiões 3, 4, 5 e 6. Com 7 regiões, há regiões maiores (0, 1 e 2) e menores (3, 4, 5 e 6).

Fonte. Elaboração dos autores.

## 2.4. Implementação do modelo e parâmetros

A execução do modelo é simples e feita com apenas um comando.<sup>21</sup> Opcionalmente, podem se ajustar os parâmetros de cada simulação e do modelo propriamente dito, conforme descrito abaixo. A análise sistemática dos parâmetros que avalia se alterações pequenas afetam significativamente os resultados e buscam confirmar a robustez do modelo (análise de sensibilidade) é feita após a apresentação dos resultados.

Em relação a cada rodada de simulação é possível escolher o número de agentes, de famílias, de residências, a duração temporal em dias, o número de governos

<sup>21</sup> Execute o arquivo 'main' em um interpretador de Python 3.X.

locais em que o espaço se subdivide (quais sejam, *prefeituras*, com competência de arrecadação sobre seu território) e o local de arquivo dos resultados (Tabela 2).

Tabela 2 – Parâmetros da simulação – caracterizam cada rodada de processamento do modelo – e parâmetros exógenos do modelo *stricto sensu*.

Parâmetros da simulação	Valor dos resultados	Intervalo de possibilidades	Observações
Total de dias	5040	(63, 12800)	O modelo foi desenvolvido pensando no prazo máximo de 50 anos, porém com perda de poder explicativo. Tipicamente, 20 anos.
Total de agentes	1000	(10, 10000)	O aumento de agentes torna a simulação mais lenta
Total de famílias	400	(4, 2000)	Endogenamente, determina número médio agentes por família. Sugerimos proporção próxima de 2,5
Total domicílios	440	(5, 2200)	Necessariamente superior ao número de famílias. Vacância em torno de 11%
Total firmas	110	(2, 1000)	Da ordem de grandeza de 10% da população
Número de regiões	1; 4; 7	(1; 4; 7)	Número de regiões sobre o qual busca-se a resposta à pergunta de pesquisa
<b>Parâmetros do modelo</b>			
<b>Firmas</b>			
Alpha	0,35	(0, 1)	Expoente da função de produção. Para valor igual a 1 é inócuo, para valor igual a 0, produção da firma é unitária
Beta	0,6	(0, 1)	Expoente da função de consumo. Para valor igual a 1, há possibilidade de consumo de toda a riqueza, para valor próximo a 0, o consumo fica restrito entre 0 e 1
Quantidade mudança de preços ( $\hat{p}$ )	200	(100, 2000)	Limiar para mudança nos preços
Frequência entrada mercado de trabalho	0,25	(0, 1)	Frequência de tomada de decisão no mercado de trabalho. Para valor = 0, a avaliação é feita todo mês. Para valor = 0,25, em média, três vezes a cada 4 meses, a firma avalia mudanças de preços
Mark-up	0,03	(0, 1)	Margem imposta aos preços quando há demanda e estoques estão abaixo da quantidade de mudança de preços
<b>Agentes</b>			
Tamanho mercado ( $\Gamma$ )	10	(1, 1000)	Número de firmas consultadas por ocasião do consumo. Pode variar de um ao total de firmas
Satisfação consumo	0,01	[0, 1)	Utilizada para contabilizar a satisfação obtida com consumo
<b>Famílias</b>			
Percentual entrada mercado imobiliário	0,05	(0, 1)	Baseada em frequência entrada no mercado
<b>Governo</b>			
Alíquota consumo	0,3	(0, 1)	Alíquota base imposto sobre valor agregado (IVA)

Fonte: Elaboração dos autores.

O modelo proposto contém número bastante reduzido de parâmetros exógenos. Os parâmetros ajudam à compreensão de como os mecanismos do modelo influenciam seus resultados. O parâmetro ALPHA, por exemplo, pode ser ajustado para 1 de modo que o seu efeito seja nulo. Ao reduzir o parâmetro, sucessivamente, em 0,1, por exemplo, tem-se os efeitos de trabalhadores cada vez menos produtivos. A mesma análise de entendimento da relevância pode ser feita com o parâmetro BETA, ou com a alíquota do imposto sobre o consumo. Essa construção oferece

bastante flexibilidade para o modelador. Essa flexibilidade é mais relevante se o objetivo é aumentar a compreensão sobre o problema que se modela e o se o modelo é utilizado como ferramenta de orientação para a tomada de decisão, ou ainda, como metodologia para discutir questões do tipo 'e se'.<sup>22</sup>

Finalmente, este trabalho enfatiza a análise na variação do parâmetro de número de regiões. Mas, a proposta teórica como um todo, pode ser utilizada no conjunto de parâmetros do modelo.

## **2.5. Limitações**

A limitação deste trabalho decorre da dificuldade de se encontrar modelos completos, integrados e, ao mesmo tempo simples que consigam estabelecer os passos iniciais a serem desenvolvidos pelos pesquisadores seguintes. De fato, a despeito dos modelos de Lengnick (2013) e Gaffeo et al. (2008), todos os outros são específicos para determinado mercado, tais como energia (KOESRINDARTOTO et al., 2005), finanças (FENG et al., 2012) ou mercado de trabalho (SEPPECHER, 2012); ou muito complexos (DAWID et al., 2014; DEISSENBERG et al., 2008).

Com isso, a tarefa de investigar um fenômeno específico (neste caso, a análise espacial da questão fiscal), no âmbito de um modelo integrado simples, requer que todos os processos (de produção da firma, do mercado de bens, do mercado de trabalho) e todos seus parâmetros associados estejam explicitados e numericamente compatíveis. Na prática isso requer que o modelador consiga resultados compatíveis com a literatura para indicadores tais como inflação, crescimento do PIB, desemprego, rendas das famílias, de forma simultânea e consistente temporalmente.

No fundo, a questão posta aos modeladores é de cunho epistemológico. Como determinar quais são os elementos centrais do fenômeno, que precisam estar presentes, e quais são os elementos acessórios? Em que ponto, a simplificação do processo pode ocorrer e onde há alteração relevante do fenômeno?

Adicionalmente, esta versão do modelo não inclui mercado de crédito, evolução demográfica e investimento em capital social.

## **3. Resultados e discussão**

A economia mais pujante é a do modelo com 7 regiões, embora, na média com mediana do PIB acima apenas 3,6% do modelo com 4 regiões que, por sua vez, apresenta resultados 6% acima do modelo com uma única região (Figura 2). A

---

<sup>22</sup> 'What if questions'.

variabilidade, entretanto, é 48% maior para o modelo de 7 regiões, *vis-à-vis* o modelo de uma região (Tabela 3 e Figura 3).

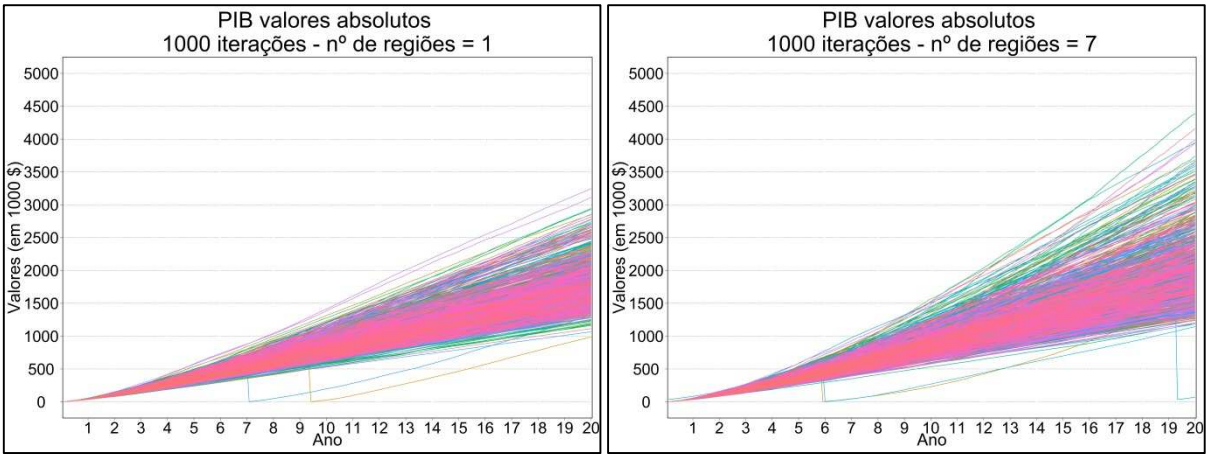


Figura 2 – Resultados da variação do PIB (valores em 1.000 \$), 1.000 iterações, para uma região à esquerda e 7 regiões, à direita.

Fonte. Elaboração dos autores.

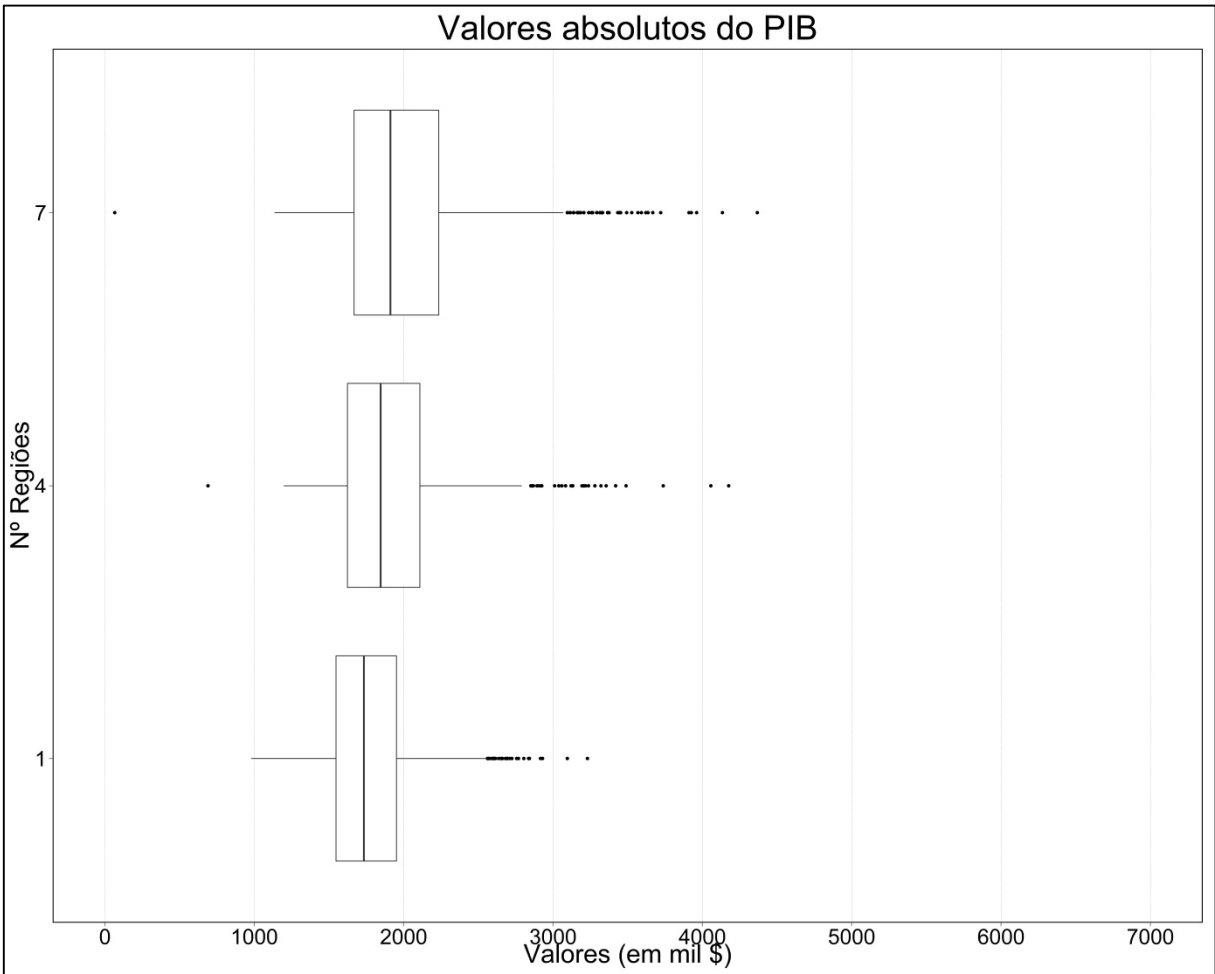


Figura 3 – BoxPlot dos valores do PIB no último mês (valores em 1.000 \$), 1.000 iterações, para os três recortes regionais.

Fonte. Elaboração dos autores.

Tabela 3 – Medianas, primeiro e terceiro quartis para último mês das simulações (1.000 iterações) para os atributos de coeficiente de GINI, PIB, IQV e Receitas das famílias para cada recorte regional.

	<b>GINI</b>		
Nº regiões	0.25	Mediana	0.75
1	0,724	0,748	0,772
4	0,735	0,761	0,784
7	0,744	0,771	0,795
	<b>PIB</b>		
Nº regiões	0.25	Mediana	0.75
1	1.555.587	1.742.054	1.965.881
4	1.632.692	1.855.297	2.117.227
7	1.675.945	1.921.839	2.246.543
	<b>IQV</b>		
Nº regiões	0.25	Mediana	0.75
1	467,2	523,3	589,3
4	440,7	549,3	707,7
7	396,1	574,4	876,6
	<b>Receitas das famílias</b>		
Nº regiões	0.25	Mediana	0.75
1	424.567	649.405	1.040.899
4	513.486	879.807	1.440.739
7	590.420	1.041.525	1.797.000

Em relação ao mercado de trabalho, as economias convergem para o pleno emprego, em movimento cíclico entre 1 e 4% de desemprego, durante todo o período, para os três recortes regionais (Figura 4).

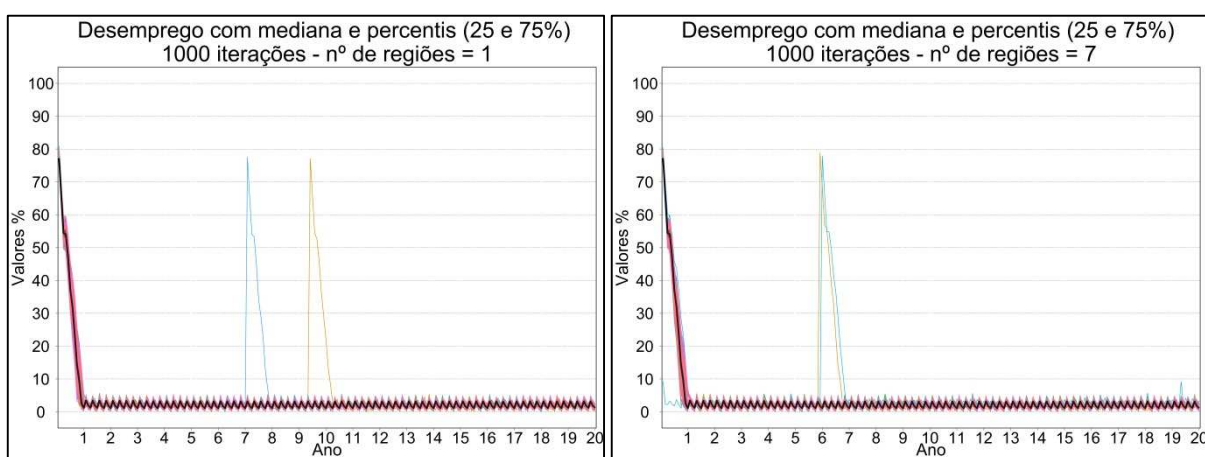


Figura 4 – Resultados da variação do desemprego, 1.000 iterações, uma região à esquerda e sete regiões à direita.

Fonte. Elaboração dos autores.

A renda das famílias varia de forma significativa entre os três recortes regionais (Figura 5). A mediana, o primeiro e terceiro quartis são maiores para o modelo com 7

regiões, respectivamente, 60, 39 e 73% superiores ao modelo com uma região apenas. Ainda que a dispersão seja maior para 7 regiões, o valor do primeiro quartil é pouco inferior à mediana do modelo com uma região (Figura 6).

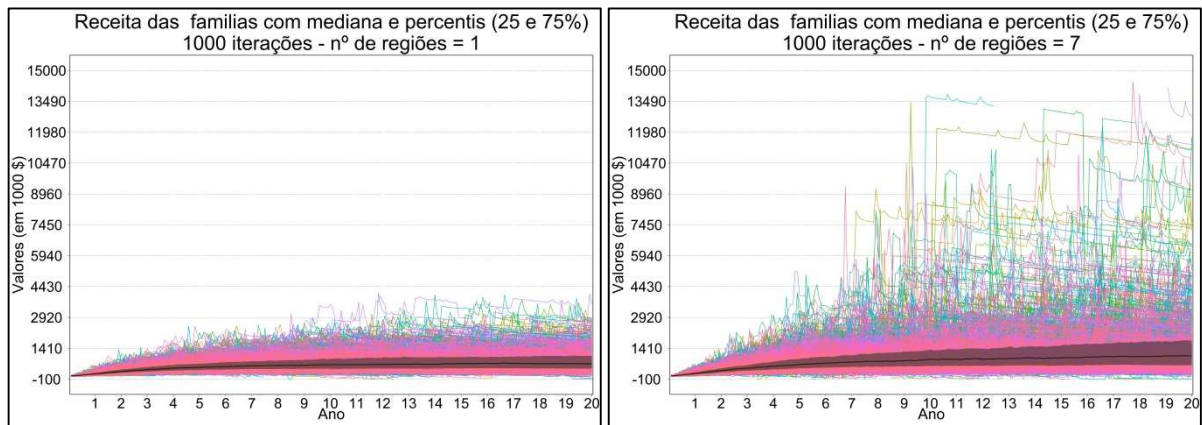


Figura 5 – Resultados variação das receitas das famílias, 1.000 iterações, para uma região, à esquerda e 7 regiões, à direita.  
 Fonte. Elaboração dos autores.



Figura 6 – BoxPlot das receitas das famílias no último mês, 1.000 iterações, para os três recortes regionais.  
 Fonte. Elaboração dos autores.

O coeficiente de GINI atinge maior nível e é mais disperso – com maior desvio-padrão – no modelo com 7 regiões em relação aos dois outros modelos (Figura 7 e

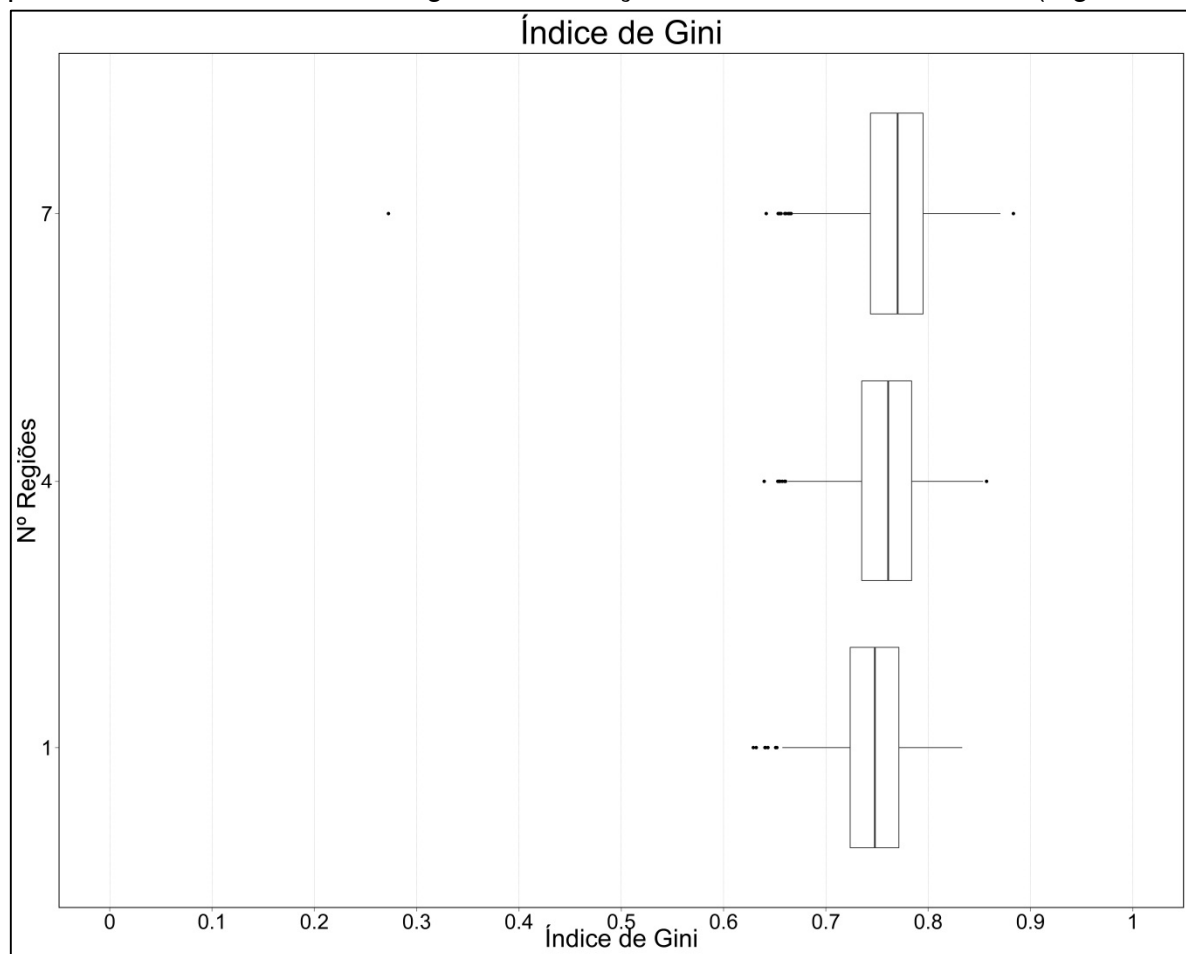


Figura 8), confirmando a maior heterogeneidade entre as famílias.

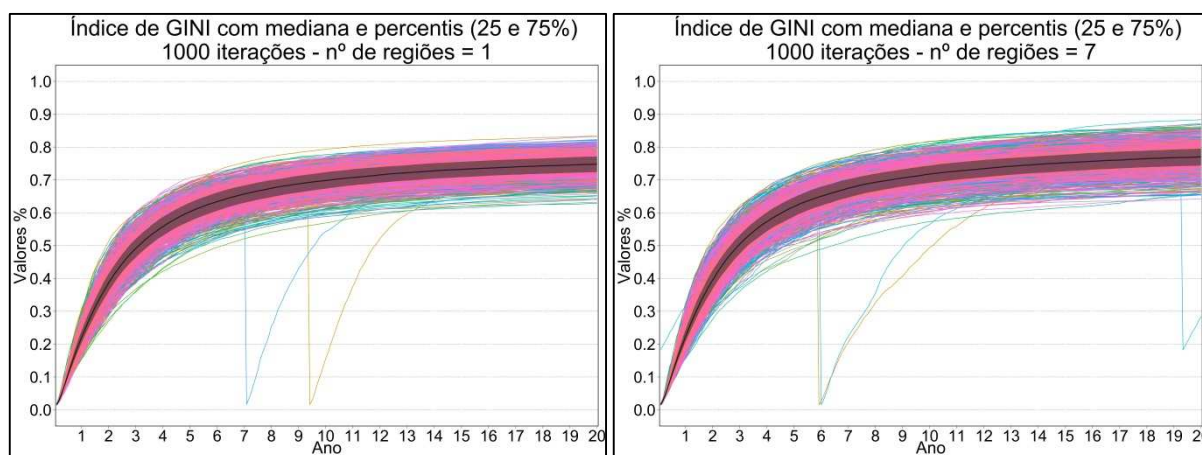


Figura 7 – Resultados (mediana e quartis) da variação do coeficiente de GINI, 1.000 iterações, uma região, à esquerda e sete regiões, à direita.

Fonte. Elaboração dos autores.



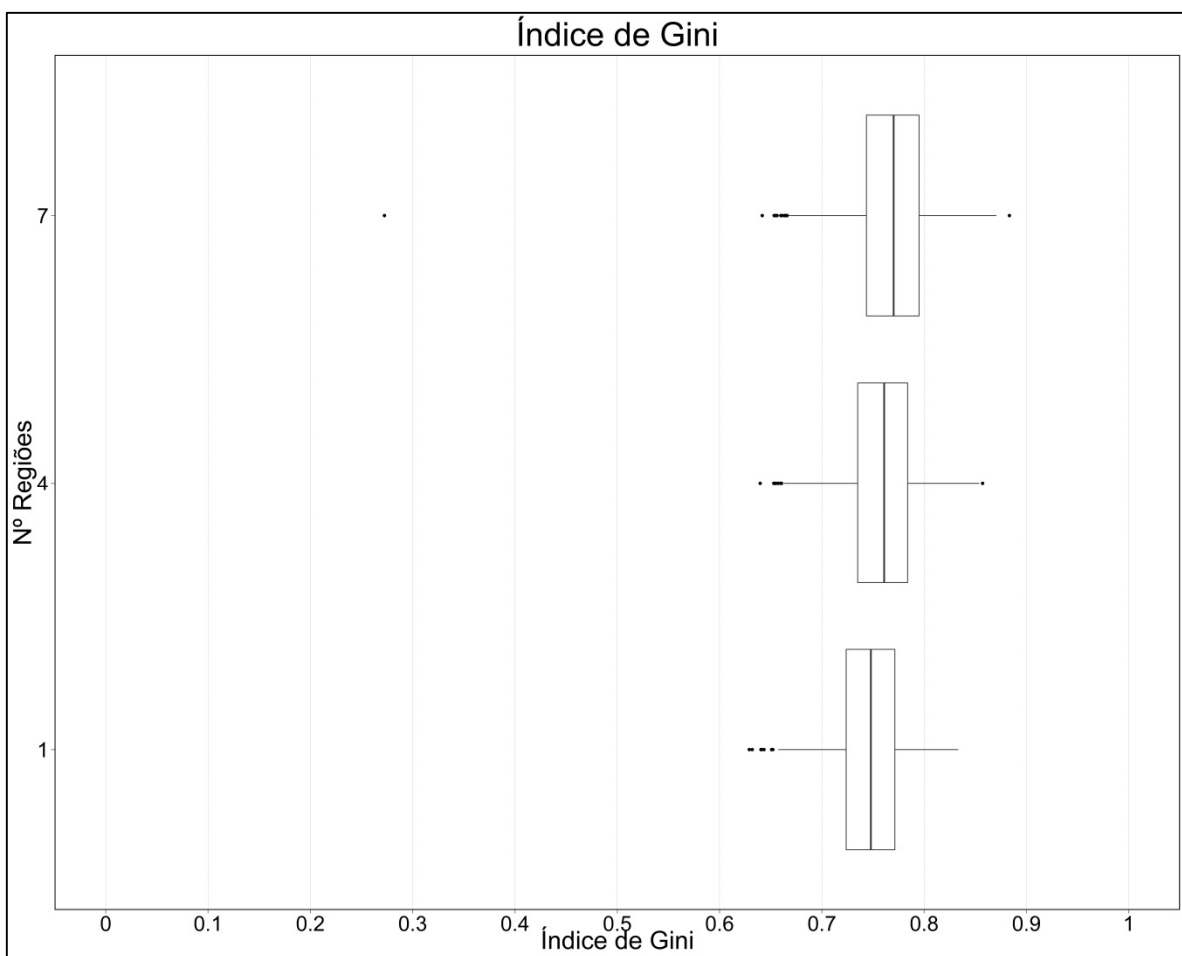


Figura 8 – BoxPlot do coeficiente de GINI no último mês, 1.000 iterações, para os três recortes regionais.

Fonte. Elaboração dos autores.

Finalmente, o indicador básico da comparação dos modelos é a o Índice de Qualidade de Vida em cada um dos recortes simulados (Figura 9). A mediana para 7 regiões é superior à dos modelos com uma ou 4 regiões. Entretanto, o primeiro quartil é menor e o terceiro quartil é maior, indicando a maior dispersão entre as regiões, com regiões mais pobres e mais ricas, portanto, mais heterogêneas (Figura 10).

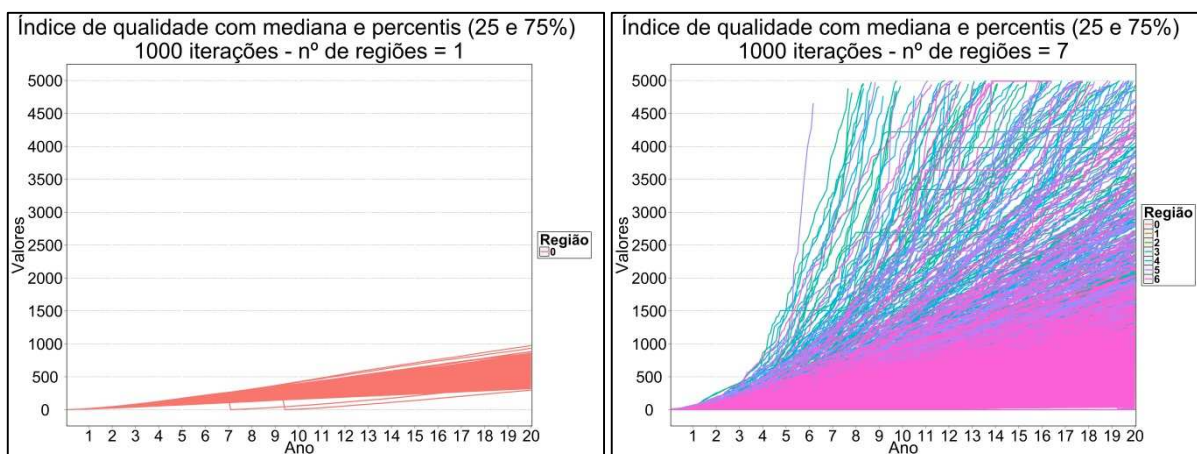


Figura 9 – Resultados (mediana e quartis) do Índice de Qualidade de Vida (IQV), 1.000 iterações, para uma região, à esquerda e 7 regiões, à direita.

Fonte. Elaboração dos autores.

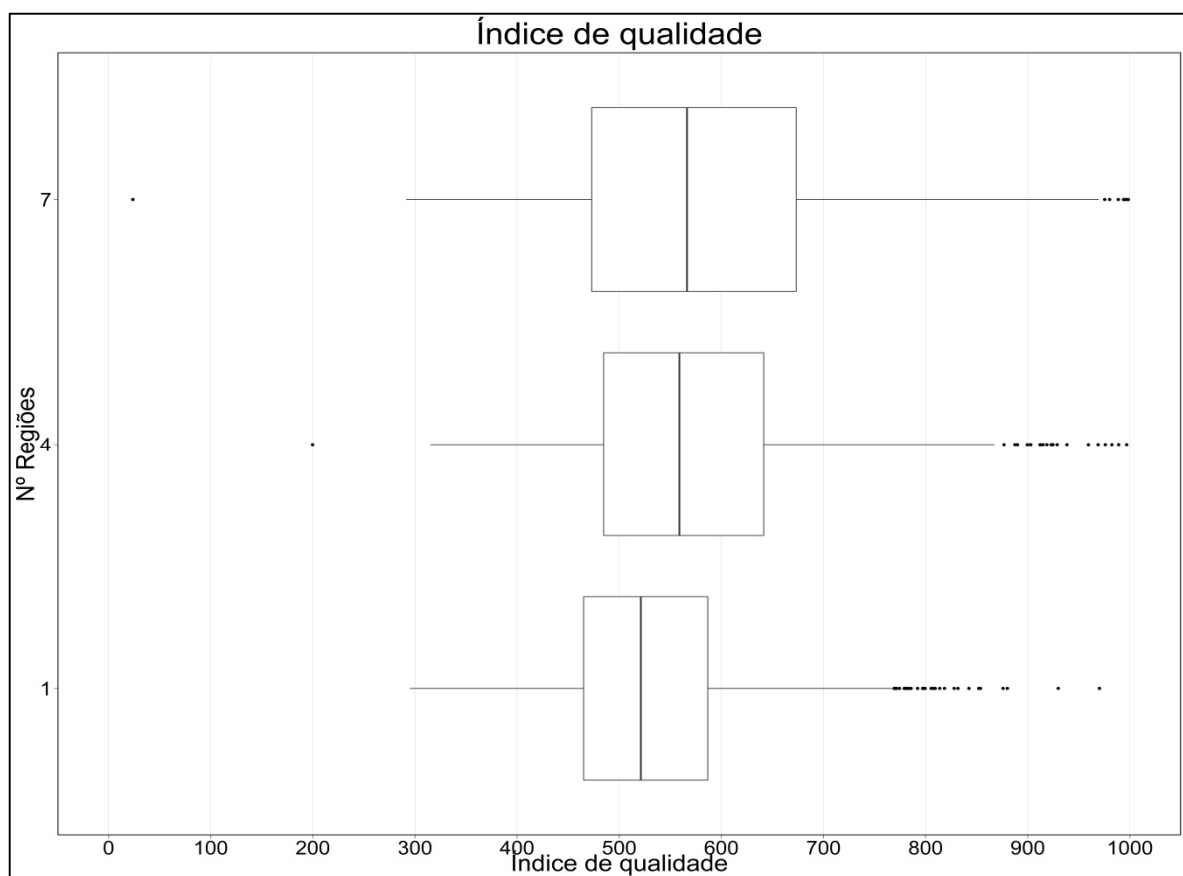


Figura 10 – BoxPlot do IQV no último mês, 1.000 iterações, para os três recortes regionais.

Fonte. Elaboração dos autores.

Os resultados do modelo indicam que alterações nos limites administrativos levaram a variações robustas entre os três recortes de região considerados. Na configuração proposta e de acordo com os processos descritos, o dinamismo do mercado imobiliário, qual seja, a mobilidade das famílias nas simulações com mais de uma região, foi relevante para os resultados.

Na ausência de um mercado de crédito, e na conjuntura de renda abaixo da mediana, as famílias entram como vendedoras no mercado imobiliário. Assim, capitalizam sobre a venda do domicílio valorizado pelo aumento da qualidade de vida na região e migram em direção a regiões com pior qualidade. Esse movimento é em parte contrabalançado pelas famílias que tentam migrar em busca de mais qualidade.

Como resultado, os modelos com subdivisões concentram regiões menos populosas e com melhor qualidade de vida e, ao mesmo tempo, regiões mais populosas e com pior IQV, além de maior variabilidade (Tabela 4).

Tabela 4 – Medianas e desvios-padrão para os valores máximos e mínimos de cada simulação (1.000 iterações) do IQV e da população, por recorte regional.

No. Regiões		Mediana IQV	Desvio-Padrão IQV	Mediana Pop	Desvio-Padrão Pop.
1	Máximo	524	97,8	1.000	
	Mínimo	524	97,8	1.000	
4	Máximo	795	352,3	192	37,6
	Mínimo	399	89,7	303	41,2
7	Máximo	1.402	6207,6	30	59,3
	Mínimo	271	112,8	93	95,8

Fonte: Elaboração dos autores.

Por fim, vale ressaltar o *tradeoff* entre os resultados para os três modelos. Enquanto o modelo com sete regiões é mais dinâmico, com maior produção e riqueza, também é mais heterogêneo. O modelo com uma região, por sua vez, é mais harmônico, porém, menos pujante.

A hipótese subjacente dos autores – de que uma região seria mais eficiente do ponto de vista de regiões conurbadas – não se comprovou nesta configuração do modelo. Especialmente, dada a força e mobilidade do mercado imobiliário que concentra populações menores em regiões com maior qualidade e populações maiores em locais com pior qualidade. Entretanto, a pergunta de pesquisa – qual seja, se os limites administrativos influenciam na dinâmica econômica e fiscal de regiões – se confirma.

Ainda assim, os resultados indicaram a riqueza de possibilidades de análise do sistema econômico a partir de agentes e firmas heterogêneas que se deparam com ambiente que está em contínua mudança.

Finalmente, dado o processo de criação de economias artificiais, a cada *loop* ou iteração os agentes e firmas são completamente diferentes. Com isso, o próximo passo da pesquisa, qual seja a aplicação do modelo para dados reais, permitirá fixar as características de entrada da economia e, portanto, reduzir a variabilidade dos resultados.

### 3.1. Análise de sensibilidade e robustez

A análise de sensibilidade é central na construção de modelos de simulação para garantir que o modelo apresentado é estruturalmente consistente e não depende exclusivamente de determinado parâmetro, ajustado para determinado valor. Além disso, a análise de sensibilidade pode servir como ferramenta analítica que demonstra como e com qual magnitude determinadas configurações e processos do modelo alteram tendências e resultados.

A análise de sensibilidade para o modelo desenvolvido foi realizada com base na variação dos parâmetros do modelo em 10 diferentes valores, entre o mínimo e o máximo valor para cada um deles (Tabela 5). Dado que o modelo foi desenvolvido e os resultados produzidos com base em números aleatórios, a comparação dos resultados de diferentes *loops* (execuções do modelo) só é possível se utilizarmos a mesma “semente”, ou seja, um número único para o início gerador de números aleatórios. Assim, se o mesmo modelo for executado diversas vezes com o mesmo parâmetro e com essa mesma semente, serão produzidos resultados iguais. Logo, quando variarmos os parâmetros, as variações dos resultados da análise de sensibilidade serão uma repercussão da estrutura do modelo e não do gerador de número aleatórios.<sup>23</sup>

A variação dos parâmetros foi realizada de modo independente (variando um parâmetro exclusivamente), com os demais parâmetros mantidos em seus valores padrão, definidos em uma primeira análise exploratória. Os parâmetros foram alterados do menor ao maior valor a ser testado, de forma a demonstrar os impactos da variação de cada parâmetro nos resultados do modelo.

---

<sup>23</sup> No caso dos resultados apresentados acima, não houve definição de ‘seed’ de forma que se obtivesse o comportamento típico do modelo.

Tabela 5 – Valores dos parâmetros da simulação utilizados na análise de sensibilidade.

Parâmetro	Valores aplicados									
Alpha	0,05	0,1	0,15	0,2	0,35	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Beta	0,05	0,1	0,15	0,2	0,35	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Quantidade em estoque para mudança de preços	10	50	100	500	750	1.000	5.000	7.500	10.000	50.000
Markup	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,15	0,2	0,3	0,5	0,75
Frequencia entrada firma mercado de trabalho	0,1	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	0,9	1
Tamanho do mercado de consumo, número firmas	1	3	5	7	10	15	30	50	70	110
Satisfação de consumo	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,3	0,5	0,75	0,8	1
Percentual de entrada no mercado imobiliário	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,3	0,5	0,75	0,8	1
Alíquota imposto sobre consumo	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,3	0,5	0,75	0,8	1

Fonte. Elaboração dos autores.

Dado que a premissa é de criação de um modelo (ou máquina de simulação), a análise de sensibilidade possibilita a compreensão do modelo e a elaboração de um ranqueamento relativo para a importância dos parâmetros.

Cabe ressaltar que além da variação destes parâmetros para os valores descritos na Tabela 5, variamos também o número de regiões (1, 4 e 7).

### 3.1.1 Alpha

A variação de cada um dos parâmetros repercute de modo e com intensidades diferentes nos resultados das simulações. O parâmetro ALPHA – referente à produtividade dos trabalhadores –, por exemplo, leva a valores mais altos do PIB total quando situado nos valores medianos de 0,5 ou 0,6. Para valores muito altos ou muito baixos do parâmetro alpha, os valores do PIB são similares para os três recortes regionais testados.

Já em relação ao desemprego, o parâmetro ALPHA é relevante em termos de tempo para atingir o pleno emprego, ou mesmo, se ele será alcançado no prazo do modelo. Note na Figura 11, como o desemprego converge rapidamente para o pleno emprego com ALPHA igual a 0,1 e como o desemprego se reduz lentamente, alcançando valor de 55%, com ALPHA igual a 0,9. Também nesse caso, o comportamento foi similar para todos os recortes regionais. Essa variação da produtividade e do desemprego indicam que quando a produtividade dos trabalhadores é muito alta, há excesso de oferta que não é absorvida pelo mercado.

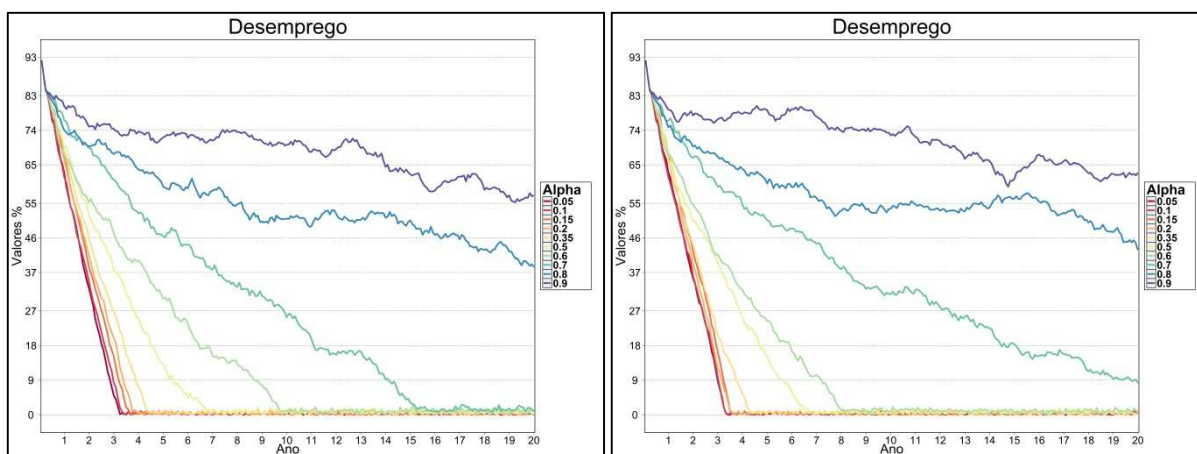


Figura 11 – Resultados da variação do parâmetro ALPHA, nas medidas de desemprego com uma única região (à esquerda) e com 7 regiões (à direita).

Fonte. Elaboração dos autores.

Há maior variação dos lucros das firmas quando o ALPHA é menor e mais estabilidade quando o ALPHA é maior (Figura 12).

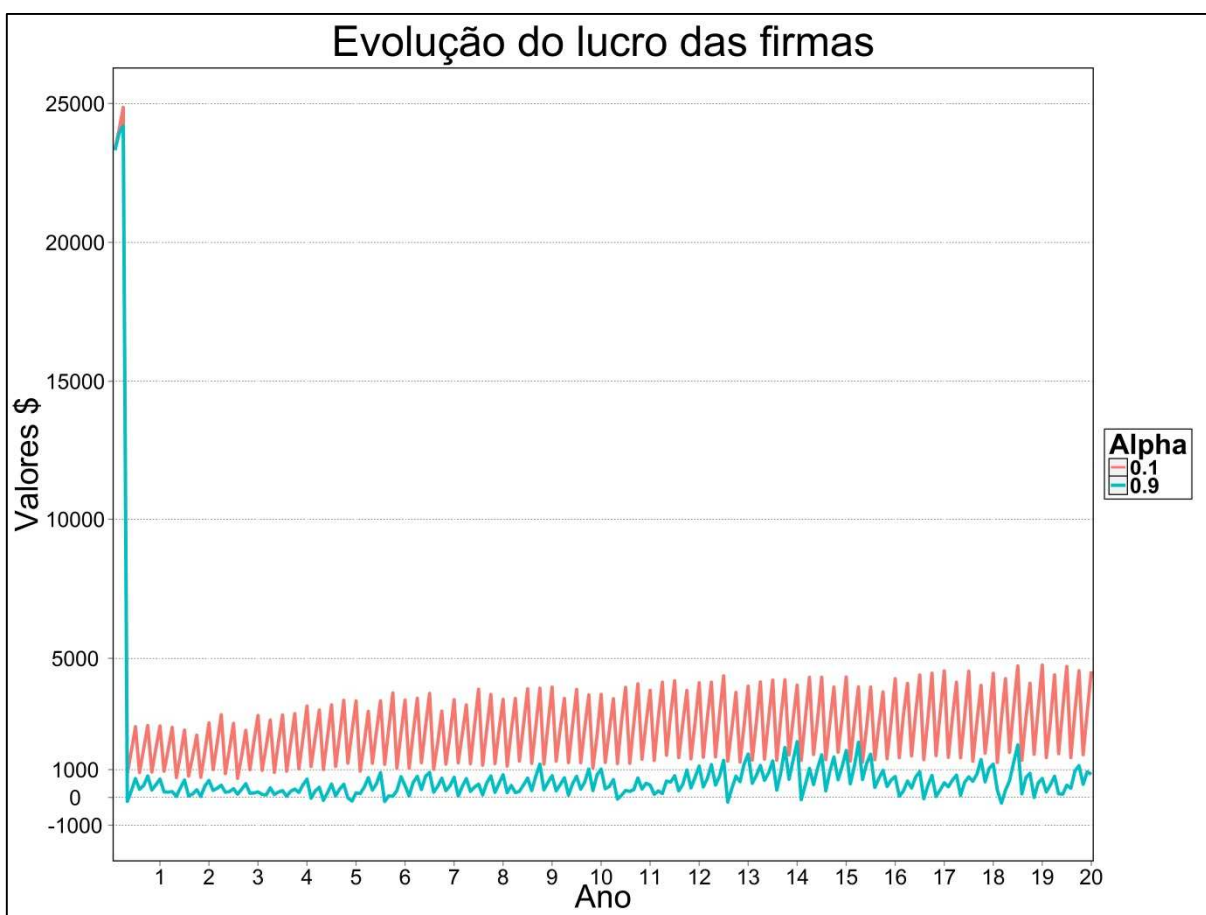


Figura 12 – Resultados da variação do parâmetro ALPHA nos lucros das firmas para uma região. Painel à esquerda, alpha igual a 0,1 e à direita, alpha igual a 0,9.

Fonte. Elaboração dos autores.

Os recursos em caixa médios das firmas, por sua vez, atingem maiores valores com ALPHA menor, em detrimento dos recursos disponíveis para as famílias. Com

ALPHA maior, há certa inversão e as famílias apresentam maiores recursos (embora variáveis) do que as firmas. O valor de ALPHA em 0,35 apresenta certo equilíbrio dos recursos da economia entre firmas e famílias, na média, para todos os recortes.

O coeficiente de GINI é ligeiramente superior para valores mais altos de ALPHA (0,6 com alpha igual a 0,9 e 0,55 com alpha igual a 0,1). Finalmente, os preços sobem ligeiramente mais para valores mais altos de ALPHA.

### 3.1.2 Beta

O parâmetro BETA – referente à propensão ao consumo das famílias – impacta em vários níveis da economia como um todo. De fato, o parâmetro influencia fortemente no PIB, com valores maiores do BETA (menor desconto no máximo de gasto das famílias) levando a maiores valores absolutos do PIB. Ao mesmo tempo, valores muito baixos de BETA, que restringem o consumo, levam a níveis de desemprego elevados e persistentes (Figura 13); e ainda mantém os lucros das firmas próximos a zero, apresentando maior variabilidade e intensidade apenas para valores de BETA acima de 0,5.

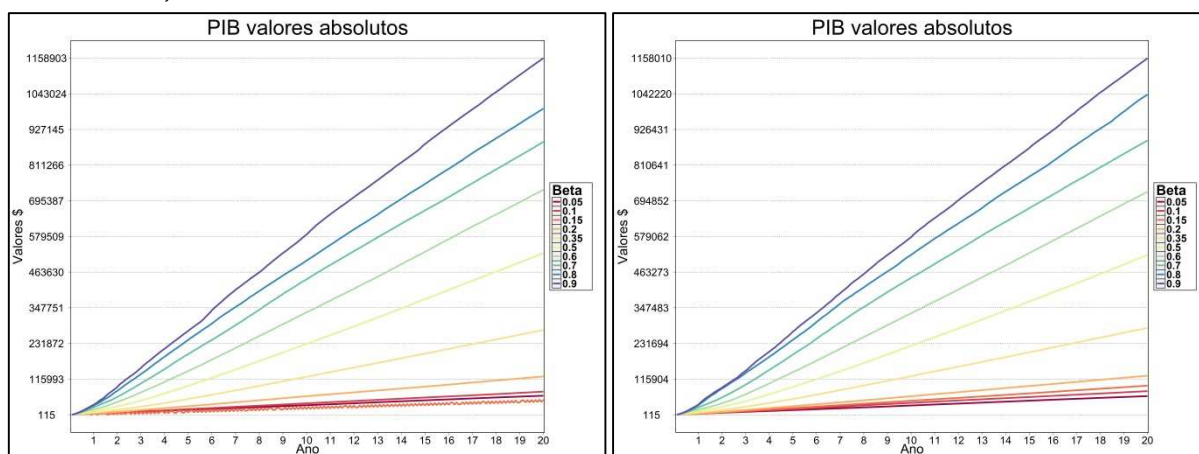


Figura 13 – Resultados da variação do parâmetro BETA nas medidas de Produto Interno para uma região (à direita) e 7 regiões (à esquerda).

Fonte. Elaboração dos autores.

O impacto do BETA no coeficiente de GINI é relevante e similar entre os recortes regionais utilizados. Para valores baixos de BETA e baixo consumo das famílias, o GINI se eleva paulatinamente, atingindo máximo por volta de 0,18. Todavia, quando BETA assume valor de 0,9, a desigualdade sobe de forma mais inclinada e atinge valores próximos a 0,60 no final do período (Figura 14).

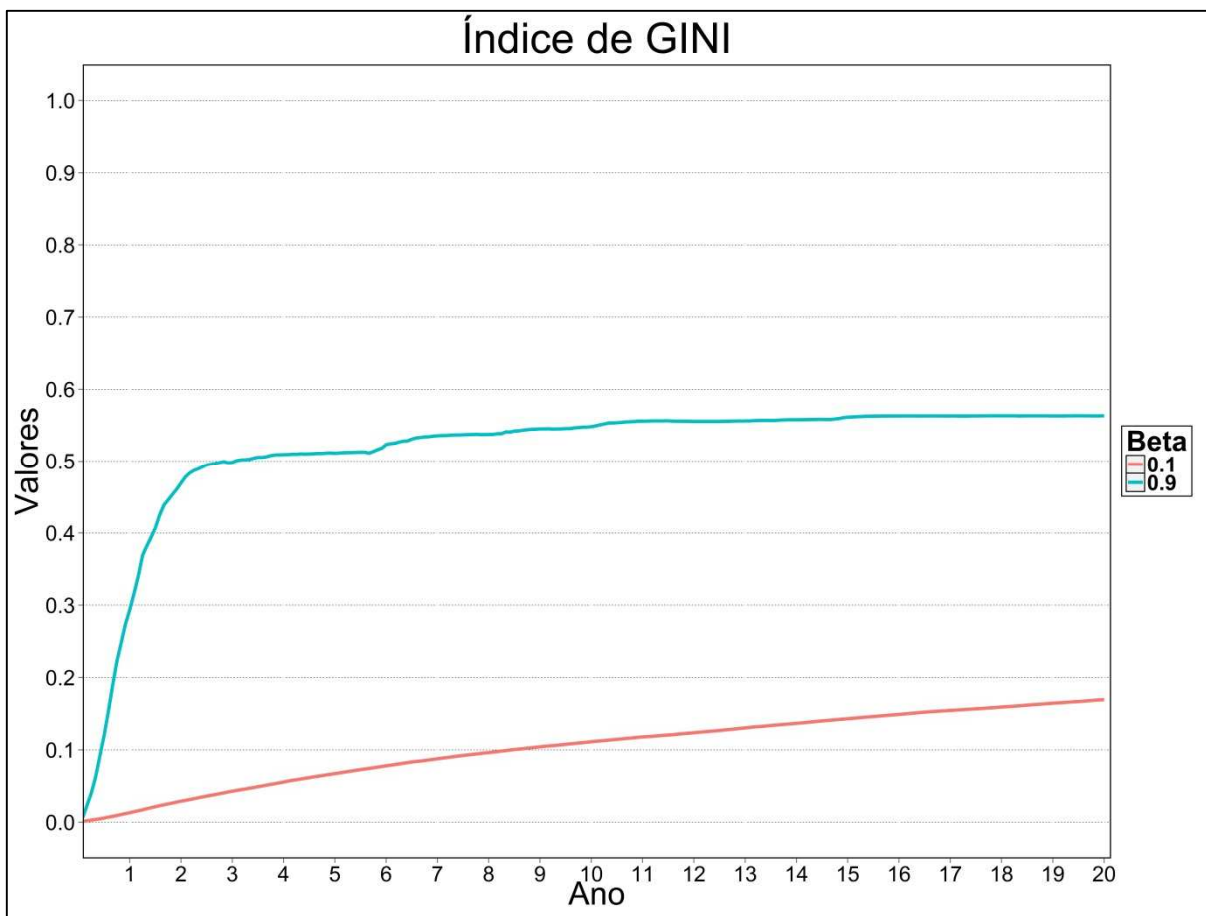


Figura 14 – Resultados da variação do coeficiente de GINI para valores de BETA a 0,1 e 0,9 para uma região.

Fonte. Elaboração dos autores

### 3.1.3 Alíquota imposto sobre consumo

Como esperado, o valor da alíquota do imposto sobre o consumo influencia a economia em vários níveis. Taxas menores levam a menor desemprego, porém influenciam pouco se abaixo de 0,5 (Figura 15). Taxas muito altas trazem hiperinflação, desemprego generalizado e queda significativa das receitas e dos lucros das firmas. Entretanto, dado que os valores arrecadados em impostos são aplicados nas regiões, com melhoria do IQV, e consequente, aumento dos preços dos imóveis, a renda das famílias (Figura 16) e o PIB é maior para valores intermediários de alíquota.



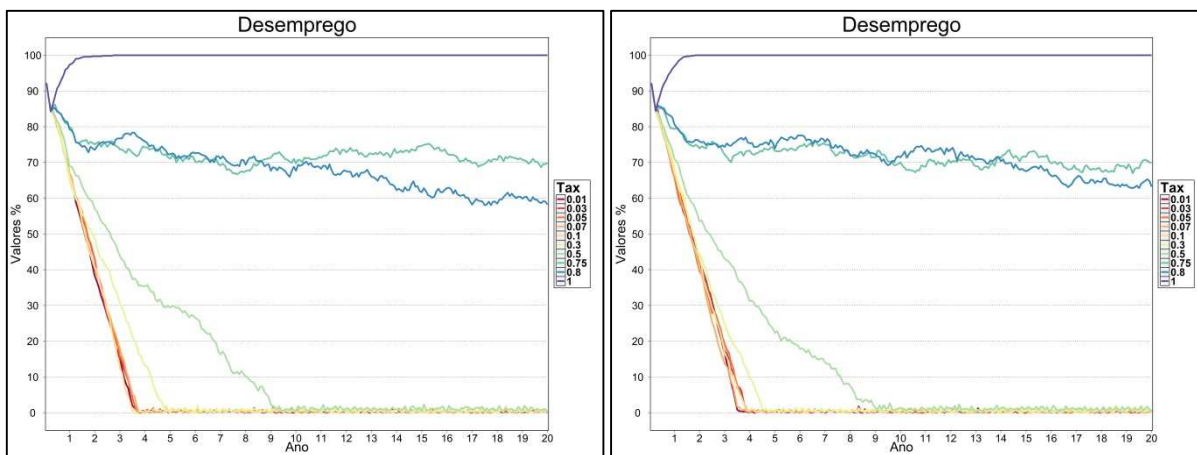


Figura 15 – Resultados dos níveis de desemprego para vários valores de alíquota de imposto sobre consumo, uma região (à direita) e sete (à esquerda).

Fonte. Elaboração dos autores.

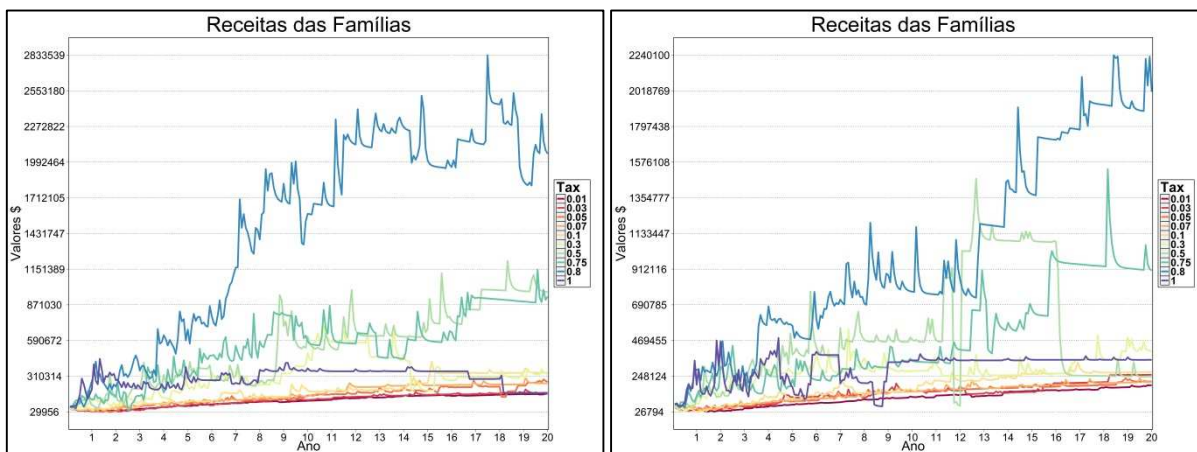


Figura 16 – Resultados da receita média das famílias para vários valores de alíquota de imposto sobre consumo para uma região (à direita) e para sete (à esquerda).

Fonte. Elaboração dos autores.

### 3.1.4 Outros parâmetros

A análise de sensibilidade foi realizada para cada um dos parâmetros exógenos do modelo, com impacto relativo menor se comparado aos parâmetros ALPHA e BETA.

A quantidade mínima de estoque para alteração nos preços, por exemplo, parece impactar levemente, somente, a evolução do índice de preços, atrasando seu aumento (por volta do mês 50), na medida em que se aumenta a quantidade mínima a partir do que se reajustam os preços com *mark-up*.

A frequência com que as firmas entram no mercado de trabalho impacta na rapidez do ajuste do mercado de trabalho. Quando os valores do parâmetro estão mais altos – com maior demora na entrada no mercado de trabalho das firmas – o desemprego se ajusta somente no final do período. Quando a entrada das firmas é frequente, atinge-se o pleno emprego em poucos meses.

A variação do valor de mark-up – ou seja, o percentual de acréscimo nos preços dos produtos das firmas, quando seu estoque está baixo – não altera sobremaneira os lucros das firmas. Entretanto, em valores muito altos, leva a descontrole da inflação ao fim do período.

O tamanho do mercado consultado pelos consumidores quando vão às compras também não interfere sobremaneira nos resultados, com pequena perda de dinamismo quando restrito a somente uma firma.

Finalmente, o percentual de famílias que entram no mercado imobiliário parece influir pouco. Quando todas as famílias estão no mercado todo o tempo, há pequena redução na receita das famílias.

Com isso, entende-se que a variação dos resultados do modelo dada pela variação dos parâmetros está em acordo com a teoria subjacente. Além disso, não há alteração de parâmetros que provoque comportamento diverso ou inesperado do modelo. Assim, indica-se a robustez do modelo, conforme descrito.

#### **4. A proposta teórico-metodológica: possibilidades concretas de investigações futuras**

Esta seção descreve várias alternativas do modelo que podem ser aplicadas com mudanças relativamente simples e pequenas no código. Dado o caráter seminal de proposta metodológica deste trabalho, avaliamos que o entendimento do modelo deveria se dar na sua forma mais simples possível, seguindo a lógica KISS (*'keep it simple, stupid'*), evoluindo posteriormente para a forma KIDS (*'keep it descriptive, stupid'*), formulada por Edmonds e Moss (2005).

A aplicação imediata de interesse dos pesquisadores, uma vez obtida a validação do modelo proposto, é para o Distrito Federal e entorno e, possivelmente, a Região Metropolitana de São Paulo. Dados empíricos seriam utilizados na composição inicial do modelo, quais sejam: os limites municipais reais, os padrões demográficos específicos, o quantitativo e localização das empresas, a oferta de mão-de-obra, a configuração dos parâmetros. Passo seguinte seria a validação do modelo empírico para dado espaço temporal, buscando correlação ou similaridade entre a evolução de indicadores observados e aqueles produzidos pelo modelo. Finalmente, após a validação, o modelo poderá ser efetivamente utilizado para alternativas de implementação de políticas públicas.

Além dessa possibilidade de avanço empírico propriamente dito, várias alternativas de detalhamento do modelo, no argumento KIDS de Edmonds e Moss (2005), estão descritas abaixo.

- a. Aspectos relacionados à evolução demográfica, com processos que descrevam nascimento, óbitos e formação de famílias, no intuito de tornar o

modelo mais dinâmico e real e ao mesmo tempo verificar resultados em coortes demográficas específicas. Além disso, análises intertemporais que envolvam heranças (de riqueza ou de capital social), também poderiam ser utilizadas

- b. Outra alternativa relativamente simples é a inclusão de processo de atualização de qualificação (anos de estudo), por exemplo, por meio de investimento monetário;
- c. O mercado de crédito, com possibilidade de financiamento da produção e consumo também é relevante para aproximar o modelo da realidade econômica. Vasta literatura para essa inserção já está disponível (CAJUEIRO; TABAK, 2005, 2008; TABAK, BENJAMIN M. et al., 2009; TABAK, B. M. et al., 2009).
- d. No momento, o mercado de bens é restrito às firmas e consumidores de mercado interno. No entanto, também seria possível incluir firmas e governos como compradores (e vendedores) de produtos, bem como compradores externos viabilizando a inclusão de uma medida econômica de exportações e balança comercial, viabilizando análises de bens intermediários e ou setoriais;
- e. Embora a distância já esteja incluída no modelo, a fórmula de distância poderia ser sofisticada para incluir efetivamente o sistema de transportes disponível nos municípios objeto de estudo. Com isso, análises de acessibilidade estariam integradas ao resto da economia de forma sistêmica já que demanda e oferta do sistema de transportes (para fins de emprego) já estariam presentes no modelo.
- f. De forma endógena, a inclusão de processo que limitasse o período ou a distância de deslocamento diário, com a manutenção de um sistema com várias regiões, poderia tornar o modelo adequado para estudar, de forma endógena, sistemas de formação de cidades e análises de hierarquia urbana. Dito de outra forma, as 'bacias de emprego' seriam endógenas ao modelo.
- g. As firmas e suas tecnologias de produção, processos de tomadas de decisão e de contratação e demissão poderiam ser desenhados a partir de informações tácitas específicas para uma firma ou setor em particular.
- h. O sistema de tributação desse modelo é simplista, com apenas um imposto sobre o consumo, tipicamente um imposto sobre valor agregado (IVA), cobrado na localização da firma. Mas, note o leitor, que a implantação de Impostos sobre a Propriedade Territorial, ou sobre a renda, ou ainda sobre o destino, i.e., no local de residência do consumidor, podem ser, novamente, facilmente implementados. Com isso, perguntas de pesquisa específicas de interesse fiscal podem ser investigadas.
- i. Eventualmente, outros mercados externos podem ser incluídos, incorporando exportações e importações ao modelo.

De fato, vale mencionar a vantagem da modularidade no âmbito da proposta deste trabalho. Utilizando-se o modelo basilar é possível detalhar, construir, expandir o modelo módulo a módulo, de acordo com a necessidade de pesquisa, garantindo

durante a evolução a integração aos outros processos já implementados e validados.

Enfim, essa lista não é exaustiva e cumpre a função apenas de informar as possibilidades de expansão do modelo, reforçando a característica deste texto de proposta teórico-metodológica.

## **5. Considerações finais**

Este texto especifica, detalha e justifica os passos e processos da construção de algoritmo computacional que simula de forma prospectiva uma economia espacial. Avança na literatura com contribuição na espacialidade do modelo, na consecução de modelo simples com três mercados e na proposta de análise de governos subnacionais conurbados. Dessa forma, estabelece proposta exequível de simulação econômica sobre a qual análises variadas – do sistema tributário completo, à produtividade das firmas – podem ser implementadas, com razoável facilidade, se constituindo como ferramenta de política pública.

O modelo conta com mercado imobiliário dinâmico com preços dados pelas características do imóvel e da sua localização<sup>24</sup>; com mercado de trabalho, com pareamento entre trabalhadores qualificados e empresas que pagam melhores salários e mercado de bens, com ajuste endógeno de preços baseado nos estoques. A conformação em diferentes governos subnacionais, com uma, quatro ou sete regiões permite a análise diferenciada para a conformação espacial, com todos os outros processos mantidos constantes.

Os resultados e tendências obtidos após processo iterativo de 1.000 simulações indicam que a mobilidade entre regiões é central no modelo, com famílias empobrecidas migrando para locais com menos serviços públicos e, portanto, preços menores; e famílias com recursos migrando para melhor qualidade. Assim, a região única apresenta economia menos dinâmica, porém mais homogênea, enquanto o modelo com sete regiões mostra maior dinamismo, mas também maior heterogeneidade e desigualdade.

A pergunta de pesquisa que indagava se ‘a alteração de limites administrativos e a consequente alteração das bases de arrecadação tributária, em princípio, altera a qualidade de vida dos cidadãos’ pode ser respondida de forma afirmativa. De fato, limites administrativos – entendidos como espaço circunscrito de arrecadação de impostos sobre a base econômica e sua aplicação em retorno como serviços públicos coletivos – podem alterar a qualidade de vida dos cidadãos.

---

<sup>24</sup> A expressão ‘*location, location, location*’, utilizada pelos corretores do mercado imobiliário nos Estados Unidos para se referir à importância da localização parece remontar a classificados de 1926, em Chicago.

Diretamente derivado da pergunta de pesquisa, o debate subjacente que o texto discute é a eficiência do retorno dos impostos aos contribuintes. Há configuração espacial-político-administrativa que é mais eficiente? Esse debate deve ser mais aprofundado por pesquisas posteriores.

Finalmente, este texto espera contribuir com o arcabouço metodológico de ferramentas econômicas, em especial, aquelas flexíveis e prospectivas, com aplicação em políticas públicas de entes subnacionais.

## 6. Referências

ADAMATTI, D. F.; SICHMAN, J. S.; COELHO, H. An analysis of the insertion of virtual players in GMABS methodology using the vip-Jogoman prototype. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 12, n. 3, p. 7, 2009.

AFONSO, A.; ROMERO, A.; MONSALVE, E. **Public Sector Efficiency: Evidence for Latin America**. IDB Publications, Inter-American Development Bank, 2013.

AFONSO, J. R. R. Imposto de renda e distribuição de renda e riqueza: as estatísticas fiscais e um debate premente no Brasil. **Revista da Receita Federal: estudos tributários e aduaneiros**, v. 1, n. 1, p. 28–60, 2014.

AFONSO, J. R. R.; MORAIS SOARES, J.; CASTRO, K. P. DE. **Avaliação da estrutura e do desempenho do sistema tributário brasileiro: Livro branco da tributação Brasileira**. Inter-American Development Bank, 2013.

ANDERSON, P. W.; ARROW, K.; PINES, D. The economy as an evolving complex system. The Proceedings of the Evolutionary Paths of the Global Economy Workshop. **Anais...** . Santa Fe, NW, 1988.

ANDRADE, L. T.; FIGUEIREDO, F. O. V. DE. Vulnerabilidade social e criminalidade na Região Metropolitana de Belo Horizonte. XII Congresso Brasileiro de Sociologia. **Anais...** . p.19, 2005.

ANTINARELLI, M. E. P. B. Federalismo, autonomia municipal e a constitucionalização simbólica: uma análise da dependência financeira dos pequenos municípios mineiros. **Revista da Faculdade de Direito da UFMG**, n. 61, p. 445–472, 2012.

ARNOTT, R. Economic theory and housing. **Handbook of Regional and Urban Economics**. p.959–988. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1987.

ARTHUR, W. B. Inductive Reasoning and Bounded Rationality. **The American Economic Review**, v. 84, n. 2, p. 406–411, 1994.

AXELROD, R.; HAMILTON, W. D. The evolution of cooperation. **Science**, v. 211, n. 4489, p. 1390–1396, 1981.

- BARGIGLI, L.; TEDESCHI, G. Interaction in agent-based economics: A survey on the network approach. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 399, p. 1–15, 2014.
- BERGMANN, B. R. A microsimulation of the macroeconomy with explicitly represented money flows. **Annals of Economic and Social Measurement, Volume 3, number 3**. p.475–489. NBER.
- BLINDER, A. S. Inventories and sticky prices. **American Economic Review**, p. 334–48, 1982.
- BLINDER, A. S. On sticky prices: academic theories meet the real world. **Monetary policy**. p.117–154. The University of Chicago Press: N. Gregory Mankiw, 1994.
- BOERO, R.; MORINI, M.; SONNESA, M.; TERNA, P. **Agent-based models of the economy: from theories to applications**. Palgrave Macmillan, 2015.
- BOUDREAU, J. W. Stratification and growth in agent-based matching markets. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 75, n. 2, p. 168–179, 2010.
- BRANDALISE, L. T.; ROJO, C. A.; DA MATA, D. M.; DE SOUZA, A. F. Simulação de cenários e formulação de estratégias competitivas: o caso do atacado liderança. **Revista Gestão & Tecnologia**, v. 12, n. 3, p. 223–257, 2012.
- BRUECKNER, J. The structure of urban equilibria: a unified treatment of the Muth-Mills model. **Handbook of Regional and Urban Economics**. p.821–845. Elsevier Science Publishers B.V., 1987.
- CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M. Possible causes of long-range dependence in the Brazilian stock market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 345, n. 3, p. 635–645, 2005.
- CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M. The role of banks in the Brazilian Interbank Market: Does bank type matter? **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 387, n. 27, p. 6825–6836, 2008.
- CANUTO, O.; LIU, L. **Until debt do us part: Subnational debt, insolvency, and markets**. World Bank Publications, 2013.
- CARLEY, K. M. **Validating computational models**, 1996.
- CARVALHO, G. R.; DE OLIVEIRA, A. F.; OLIVEIRA, C.; SATÉLITE, E. M. P. Cenários de longo prazo para a cafeicultura brasileira: 2006-2015. , 2015.
- CIARLI, T. Structural Interactions and Long Run Growth. **Revue de l'OFCE**, v. 124, n. 5, p. 295–345, 2012.
- DAVID, N.; SICHMAN, J. S.; COELHO, H. The logic of the method of agent-based simulation in the social sciences: Empirical and intentional adequacy of computer programs. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 8, n. 4, 2005.

- DAWID, H.; GEMKOW, S.; HARTING, P.; VAN DER HOOG, S.; NEUGART, M. Agent-based macroeconomic modeling and policy analysis: the Eurace@Unibi model. **Bielefeld Working Papers in Economics and Management**, 2014.
- DAWID, H.; GEMKOW, S.; HARTING, P.; NEUGART, M. Labor market integration policies and the convergence of regions: the role of skills and technology diffusion. **Journal of Evolutionary Economics**, v. 22, n. 3, p. 543–562, 2012.
- DEISSENBERG, C.; VAN DER HOOG, S.; DAWID, H. EURACE: A massively parallel agent-based model of the European economy. **Applied Mathematics and Computation**, v. 204, n. 2, p. 541–552, 2008.
- DIPASQUALE, D.; WHEATON, W. C. **Urban economics and real estate markets**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- DOSI, G.; FAGIOLO, G.; NAPOLETANO, M.; ROVENTINI, A. Income Distribution, Credit and Fiscal Policies in an Agent-Based Keynesian Model. **SSRN eLibrary**, 2012.
- DOSI, G.; FAGIOLO, G.; ROVENTINI, A. The microfoundations of business cycles: an evolutionary, multi-agent model. In: U. Cantner; J.-L. Gaffard; L. Nesta (Orgs.); **Schumpeterian Perspectives on Innovation, Competition and Growth**. p.161–180. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- DOWNEY, A. B. **Think Complexity: Complexity Science and Computational Modeling**. 1 edition ed. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, 2012.
- EDMONDS, B.; MOSS, S. **From KISS to KIDS—an “anti-simplistic” modelling approach**. Springer, 2005.
- ELIASSON, G.; OLAVI, G.; HEIMAN, M. **A Micro-Macro Interactive Simulation Model of the Swedish Economy: Preliminary Model Specification**. IUI Working Paper.
- EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. **Growing artificial societies: social science from the bottom up**. Cambridge, MA: Brookings/MIT Press, 1996.
- FENG, L.; LI, B.; PODOBNIK, B.; PREIS, T.; STANLEY, H. E. Linking agent-based models and stochastic models of financial markets. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 109, n. 22, p. 8388–8393, 2012.
- FUJITA, M.; KRUGMAN, P.; VENABLES, A. **The spatial economy: cities, regions and international trade**. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1999.
- FURTADO, B.; MATION, L.; MONASTERIO, L. Fatos estilizados das finanças públicas municipais metropolitanas brasileiras entre 2000-2010. **Território metropolitano, políticas municipais**. p.291–312. Brasília: Furtado, Bernardo; Krause, Cleandro; França, Karla, 2013.
- GAFFEO, E.; GATTI, D. D.; DESIDERIO, S.; GALLEGATI, M. Adaptive microfoundations for emergent macroeconomics. **Eastern Economic Journal**, v. 34, n. 4, p. 441–463, 2008.

- GASPARINI, C. E.; MIRANDA, R. B. Transferências, equidade e eficiência municipal no Brasil. **Planejamento e Políticas Públicas**, , n. 36, 2011.
- GEANAKOPOLOS, J.; AXTELL, R.; FARMER, D. J.; et al. Getting at systemic risk via an agent-based model of the housing market. **The American Economic Review**, v. 102, n. 3, p. 53–58, 2012.
- GOBETTI, S. W. Ajuste fiscal no Brasil: os limites do possível. **Textos para Discussão**, v. 2037, 2015.
- GRILLI, R.; TEDESCHI, G.; GALLEGATI, M. Markets connectivity and financial contagion. **Journal of Economic Interaction and Coordination**, p. 1–18, 2014.
- GRIMM, V.; BERGER, U.; BASTIANSEN, F.; et al. A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. **Ecological modelling**, v. 198, n. 1, p. 115–126, 2006.
- GRIMM, V.; BERGER, U.; DEANGELIS, D. L.; et al. The ODD protocol: a review and first update. **Ecological Modelling**, v. 221, n. 23, p. 2760–2768, 2010.
- GUOCHENG, W.; YUNA, S.; JIE, W.; ZILI, W. Application analysis on large-scale computation for social and economic systems. . Hong Kong: IEEE SMC, 2015.
- HASSAN, S.; PAVÓN, J.; ANTUNES, L.; GILBERT, N. Injecting data into agent-based simulation. **Simulating Interacting Agents and Social Phenomena**. p.177–191. Springer, 2010.
- HOLLAND, J. Complex adaptive systems. **Daedalus**, v. 121, p. 17–30, 1992.
- HOLLAND, J.; MILLER, J. H. Artificial Adaptive Agents in Economic Theory. **The American Economic Review**, v. 81, n. 2, p. 65–71, 1991.
- VAN DER HOOG, S.; DEISSENBERG, C.; DAWID, H. Production and Finance in EURACE. **Complexity and artificial markets**. p.147–158. Springer, 2008.
- IBBOTSON, R. G.; SIEGEL, L. B.; LOVE, K. S. World wealth: Market values and returns. **Journal of Portfolio Management**, v. 12, n. 1, p. 4–23, 1985.
- KOESRINDARTOTO, D.; SUN, J.; TESFATSION, L. An agent-based computational laboratory for testing the economic reliability of wholesale power market designs. Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE. **Anais...** . p.2818–2823. IEEE, 2005.
- LEBARON, B. Agent-based Computational Finance. v. 2, p.1187–1233. Elsevier, 2006.
- LEBARON, B.; TESFATSION, L. Modeling macroeconomies as open-ended dynamic systems of interacting agents. **The American Economic Review**, p. 246–250, 2008.
- LEGNICK, M. Agent-based macroeconomics: A baseline model. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 86, p. 102–120, 2013.
- LÖSCH, A. **The economics of location**. New Haven: Yale University Press, 1954.



- MANKIW, N. G. **Principles of Economics**. 6º ed. South-Western College Pub, 2011.
- MAROULIS, S.; BAKSHY, E.; GOMEZ, L.; WILENSKY, U. An agent-based model of intra-district public school choice. **Northwestern University Working Papers**, p. 30, 2010.
- MAROULIS, S.; BAKSHY, E.; GOMEZ, L.; WILENSKY, U. Modeling the transition to public school choice. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 17, n. 2, 2014.
- MICHAELY, R.; ROBERTS, M. R. Corporate dividend policies: Lessons from private firms. **Review of Financial Studies**, v. 25, n. 3, p. 711–746, 2012.
- MIDGLEY, D.; MARKS, R.; KUNCHAMWAR, D. Building and assurance of agent-based models: An example and challenge to the field. **Journal of Business Research**, v. 60, n. 8, p. 884–893, 2007.
- NADALIN, V. G. **Três ensaios sobre economia urbana e mercado de habitação em São Paulo**. (tese de doutorado), São Paulo: IPE-USP, 2010.
- NARDIN, L. G.; SICHMAN, J. S. Trust-based coalition formation: A multiagent-based simulation. Proceedings of the 4th World Congress on Social Simulation. **Anais...**, 2012.
- NEUGART, M.; RICHIARDI, M.; OTHERS. Agent-based models of the labor market. **LABORatorio R. Revelli working papers series**, v. 125. Recuperado setembro 2, 2015, de [http://www.laboratoriorevelli.it/\\_pdf/wp125.pdf](http://www.laboratoriorevelli.it/_pdf/wp125.pdf), 2012.
- ORAIR, R. O.; SANTOS, C. H. M.; SILVA, W. DE J.; et al. Uma metodologia de construção de séries de alta frequência das finanças municipais no Brasil com aplicação para o IPTU e o ISS: 2004-2010. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 41, n. 3, p. 471–508, 2011.
- PALMER, RG.; BRIAN ARTHUR, W.; HOLLAND, J. H.; LEBARON, B.; TAYLER, P. Artificial economic life: a simple model of a stockmarket. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 75, n. 1, p. 264–274, 1994.
- PINTO, V. C. **Direito urbanístico: plano diretor e direito de propriedade**. 4º ed. São Paulo: Revista dos Tribunais, 2014.
- REZENDE, F. Federalismo Fiscal: em busca de um novo modelo. **Educação e federalismo no Brasil: combater as desigualdades, garantir a diversidade**. p.71–88. Brasília: Unesco, 2010.
- REZENDE, F.; GARSON, S. Financing Metropolitan Areas in Brazil: Political, Institutional, Legal Obstacles and Emergence of New Proposals For Improving Coordination. **Revista de Economia Contemporânea**, v. 10, n. 1, 2006.
- ROOZMAND, O.; GHASEM-AGHAEE, N.; HOFSTEDE, G. J.; et al. Agent-based modeling of consumer decision making process based on power distance and personality. **Knowledge-Based Systems**, v. 24, n. 7, p. 1075–1095, 2011.

SANTOS, C. H. M. DOS O.; GOUVÊA, R. R. O. **Finanças públicas e macroeconomia no Brasil: um registro da reflexão do Ipea (2008-2014)**. Brasília: IPEA, 2014.

SCHELLING, T. C. Models of segregation. **The American Economic Review**, p. 488–493, 1969.

SCHETTINI, B. P. Análises da dinâmica orçamentária dos municípios brasileiros: uma aplicação da metodologia VAR com dados empilhados. **Economia Aplicada**, v. 16, n. 2, p. 291–310, 2012.

SCHETTINI, B. P.; SANTOS, C. H. M. DOS; AMITRANO, C. R.; et al. Novas evidências empíricas sobre a dinâmica trimestral do consumo agregado das famílias brasileiras no período 1995-2009. **Economia e Sociedade**, v. 21, n. 3, p. 607–641, 2012.

SEPPECHER, P. Flexibility of wages and macroeconomic instability in an agent-based computational model with endogenous money. **Macroeconomic Dynamics**, v. 16, n. S2, p. 284–297, 2012.

STRAATMAN, B.; MARCEAU, D. J.; WHITE, R. A generic framework for a combined agent-based market and production model. **Computational Economics**, v. 41, n. 4, p. 425–445, 2013.

TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O.; SERRA, T. R. Topological properties of bank networks: the case of Brazil. **International Journal of Modern Physics C**, v. 20, n. 08, p. 1121–1143, 2009.

TABAK, B. M.; TAKAMI, M. Y.; CAJUEIRO, D. O.; PETITINGA, A. Quantifying price fluctuations in the Brazilian stock market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 388, n. 1, p. 59–62, 2009.

TESFATSION, L. Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory. **Handbook of Computational Economics**. v. 2, p.831–880. Elsevier, 2006.

TIEBOUT, C. M. A pure theory of local expenditures. **Journal of Political Economy**, v. 64, p. 416–424, 1956.

WASELFISZ, J. J. **Mapa da Violência**. São Paulo: Instituto Sangari, 2012.

WINIKOFF, M.; DESAI, N.; LIU, A. Principles and Practice of Multi-Agent Systems. **Multiagent and Grid Systems**, v. 8, n. 2, 2012.

YA-QI, W.; XIAO-YUAN, Y.; YI-LIANG, H.; XU-AN, W. Rumor spreading model with trust mechanism in complex social networks. **Communications in Theoretical Physics**, v. 59, n. 4, p. 510, 2013.

ZHANG, T.; GENSLER, S.; GARCIA, R. A Study of the Diffusion of Alternative Fuel Vehicles: An Agent-Based Modeling Approach\*. **Journal of Product Innovation Management**, v. 28, n. 2, p. 152–168, 2011.

## 7. Apêndice

### A. Pseudocódigo: mercado imobiliário

```
Função alocação domicílios inputs: (famílias, domicílios, regiões administrativas)
    # Seleciona sample de famílias para entrar no mercado, dado o parâmetro exógeno definido

    Lista famílias no mercado = aleatoriamente escolhidas, no limite do parâmetro, a partir do total de famílias
    Cria dicionário para Mercado

    # Seleciona domicílios desocupados e atualiza preços e qualidade para todas as casas, a partir dos valores dos índices de cada região
    Para cada domicílio:
        Atualiza preços, de acordo com a região do domicílio
        Atualiza qualidade, de acordo com a região do domicílio
        Se domicílio está desocupado
            Acrescenta domicílio no dicionário Mercado
        Calcula variável mediana dos recursos financeiros das famílias
    Para cada família dentre as famílias no mercado
        Família atualiza valor domicílio atual
        Se família contém número positivo de membros
            Set Mudança igual Falso
            Se família tem saldo superior à mediana

            # Comparação de casas que estão disponíveis.
            # Verifica mais barata
            Escolhe um domicílio aleatório (1)
            Para cada domicílio
                Se preço do domicílio (2) superior ao Domicílio escolhido (1)
                    Domicílio escolhido (2)
            Senão
                Domicílio escolhido (1)

            # Confere a diferença valores
            Se preço domicílio atual da família superior ao preço nova casa
                # Deduz diferença
                Calcula diferença
                Atualiza valores da família
                Mudança Verdadeiro

    Senão
        # Comparação de casas disponíveis, escolhe melhor qualidade
        Escolhe um domicílio aleatório (1)
        Para cada domicílio
            Se qualidade do domicílio (2) superior ao Domicílio escolhido (1)
```

```

Domicílio escolhido (2)
Senão
Domicílio escolhido (1)

# Confere disponibilidade de fundos
Se preço domicilio atual da família superior
mais dinheiro disponível da família é
superior ao preço nova casa
    # Deduz diferença
    Calcula diferença
    Atualiza valores da família
    Mudança Verdadeiro

# Mudança
Se Mudança verdadeiro
    # Saída
    Família esvazia residência
    # Nova residência
    Família registra novo domicílio
    Domicilio registra nova família residente
    Família registra endereço
    Família registra valor nova residência

```

## B. Pseudocódigo: mercado de bens

**Função** equalização valores inputs(famílias)  
 Distribui os recursos totais da família entre os membros da família  
 de forma equitativa

**Função** consumo inputs (firmas, regiões), processada no ambiente do  
 consumidor

```

Se recursos monetários são positivos
    Se recursos menores que a Unidade
        Recurso a ser utilizado no consumo aleatório entre
        zero e o total
    Senão
        Recurso igual a valor aleatório entre zero e o
        total, descontado de um parâmetro exponencial menor
        que zero exógeno
    # De acordo com tamanho do mercado (parâmetro), determina
    firma com produto mais barato e firma mais próxima
    # Consome de cada produto que a firma oferece
    # Na configuração deste trabalho, cada firma tem apenas um
    produto
    Cria lista mercado vazia
    Adiciona de forma aleatória, número de firmas do tamanho do
    mercado à lista mercado
    # Escolhe firma com preços médios mais baratos
    Cria lista de preços vazia
    Para cada firma no mercado selecionado
        Adiciona os preços a lista preço

```

```

Seleciona da lista firma com o preço mínimo

# Escolhe firma mais próxima
Cria lista de distâncias vazias
Para cada firma no mercado
    Calcula a distância, de acordo com a localização do
    consumidor
    Adiciona a distância de cada firma à lista
Seleciona da lista firma com a distância mínima

# Escolhe aleatoriamente entre a firma mais próxima e aquela
com preços mínimos
Escolhe entre firmas da lista menor distância e menor preço

# Compra da firma escolhida
Firma escolhida processa Função vendas, inputs (valor a
consumir, região da firma); retorna troco
Consumidor atualiza valores em caixa, considerando dinheiro
gasto e troco
# Arredondamento, para famílias cujos recursos tendem a zero
(sem salários, com consumo per capita recorrente)
Se recursos menores que zero
    Recursos igual a 0
# Utilidade
Atualiza a utilidade do consumidor a partir do valor
consumido e um parâmetro exógeno

```

**Função vendas** input(**self**, recursos do consumidor, regiões), processada no ambiente da firma

```

Se recursos forem positivos
    # Para cada produto no inventário da firma, consome
    proporcionalmente (a função funciona para vários produtos,
    porém, no estudo, cada firma só tem um produto)
    identifica recursos por produto de acordo com o tamanho do
    inventário
    # Adiciona preço por unidade do produto e deduz dos recursos
    do consumidor
    Para cada produto no inventário
        Se quantidade for positiva
            Quantidade adquirida será igual aos recursos
            disponíveis dividido por preço do produto
            # Verificando se a oferta é suficiente
            Se quantidade demandada maior ofertada
                Quantidade se adequa à ofertada
                Calcula o gasto, dada quantidade e
                preço
            Dedução quantidade do estoque
            # Impostos
            Acréscimo do valor vendido a empresa,
            deduzido dos impostos, de acordo com alíquota
            exógena
            Adiciona valor arrecadado à região da firma

```

```

        # Quantifica valor vendido
        Gera Informação para estatística
        # Consumidor
        Deduz valores gastos da conta do consumidor
    Retorna troco, se necessário

```

## C. Pseudocódigo: mercado de trabalho

**classe** Pareamento

**Função** firma oferta posto

Cria dicionário com firmas que oferecem postos

**Função** candidatos se oferecem

Cria dicionário com agentes que preenchem os pré-requisitos de idade e condição de desocupação

**Função** pareamento

*# Ranqueia postos por salários pagos e candidatos por qualificação*

*# Fazendo o pareamento*

**Enquanto** lista candidatos maior que zero e lista de firmas maior que zero

*# Mais alto salário pago*

Escolhe firma aleatória, dentre as ofertantes (1)

**Para cada** firma

**Se** Salário ofertado (2) for maior que o da firma (1)

Seleciona firma (2)

**Senão**

Seleciona firma (1)

*# Mais alta qualificação do candidato*

Escolhe candidato aleatório (3)

**Para cada** candidato

**Se** qualificação candidato (4) for maior que do candidato (3)

Seleciona candidato (4)

**Senão**

Seleciona candidato (3)

*# Candidatos mais próximos da firma*

Escolhe candidato aleatório (5)

**Para cada** candidato (6)

**Para cada** firma (7)

**Se** distância à firma for menor

Seleciona candidato (5)

**Senão**

Seleciona candidato (6)

*# Escolhe entre melhor candidato ou que more mais próximo aleatoriamente*

Escolhe candidato

*# Firma adiciona empregado com função própria*

Firma que paga maior salário adiciona candidato

```
selecionado
# Remove candidato e firma dos dicionários
Deleta firma com maior salário
Deleta candidato escolhido
```

## D. Overview, Design concepts, Details – ODD

The model description follows the ODD (Overview, Design concepts, Details) protocol for describing individual – and agent-based models (Grimm et al. 2006, 2010).

### 1. Purpose

The model is a first exercise to observe the economy in its full spatially explicit environment, its markets, and main agents in order to capture taxes mechanisms and their effects as a means to enable public policy evaluation ex-ante. The model falls within the simple category and it is a loosely expansion of Lengnick (2013) and Gaffeo (2008) with the introduction of spatially bounded government regions. Proven its validity, Brazilian intricate tax system can be inserted into the model and subnational development in the medium term could be analyzed. The main hypothesis is that for a given labor market area where citizens commute daily; making changes to political administrative boundary impacts citizens quality of life. The results of the model suggest that it may be the case.

### 2. Entities, state variables, and scales

The model contains classes of agents, families, households, firms, and government, along with accessory classes.

**IDs.** All members of all classes have their own unique identification (IDs). Agents keep their current workplace ID, family and household IDs. Families keep track of all their members and current household. Households knows which family is currently hosting, if any, their government region ID. Firms knows all their employers IDs and its government region ID. Government is passive and money is transferred directly from consumers at the buying moment. Each government region has its own ID.

The **agents** have age (in years), qualification (in years of study), utility and money attributes along with family and household identification. They also have processes to update money balance and consumption procedures. Agents buy and work in firms, are members of families and can move among households along with their families.

**Families** are groups of agents. Consumption money is always equally divided among family members. Families move among households. They register the current household address and value.

**Households** are fixed in space, have prices (proportional to size and Quality Index of the government region), size and quality and addresses. Quality and prices are updated monthly, given that the Quality Index at the government region has been updated.

**Government** are within sets of pre-defined boundaries. They have a Quality Index and collect taxes deducing amount from firms when selling to costumers within their territory. They invest all treasure into Quality Index updates.

**Firms** have one product (with price and quantity), monthly balance, profits, addresses (x, y), and constantly knows its employees. They are fixed in space and process sales, production (with product quantity update), hire and fire decisions, and make employers payment.

**Temporal extent.** The model was designed to run for 20 years, but there is no strict limit applied. It runs in terms of days, months (of 21 days), quarters and years, following Lengnick (2013). In this configuration **5,040 days** represent 20 years.

**Spatial extent.** The spatial boundaries are determined exogenously through parameters. We used -10, 10 on horizontal and vertical axis with location within the square in float precision.

Along with the main classes, accessory classes include a system of **communication** that holds the labor market procedures; **statistics, output, plotting, main, control** (that iterates over simulations), **generator** that creates the instances of agents, families, households and firms before simulation; **parameters; space and time iteration**. A **products** class was also built to facilitate new products development. However, in the current model only one product is in effect.

### 3. Process overview and scheduling

The model runs in a discrete mode fully using the Object-Oriented Programming (OOP) paradigm. A time schedule procedure is described in section 2.2.7. The pseudocode of the main processes are also available as Annexes (A, B, C).

The model was designed for a Python 3.X environment. Thus, it makes full use of classes, their variables and methods with variable updating being processed when methods are called. In order to run one simulation step, instances of the classes are created to make sure that objects are updated correctly. According the description of item 2, we have the following instances: `my_agents`, `my_regions`, `my_houses`, `my_firms`, `my_journal` (communications), `my_parameters`, `my_simulation` (TimeControl). R is used to process the results and produce plots.

### 4. Design concepts

*Basic principles.* The model is an extension of some principles from Lengnick (2013) and Gaffeo et al. (2008) with many adaptations. Given the lack of simple models (VAN DER HOOG et al., 2008), some processes are new implementations. Mainly these processes are the markets of goods, labor and houses and the decision processes of firing and hiring, setting of goods prices and wages, following earlier literature (BERGMANN, 1974; BLINDER, 1982, 1994; MICHAELY; ROBERTS, 2012).

**Prices.** Firms rationalize on prices given their current stock. When quantity produced is below a given parameter threshold, firms raise prices by some parameter percentage, i.e. price is given by cost but when there is enough demand a *mark-up*



value is added to price. Otherwise, when quantity is above that same parameter threshold price is given by cost.

**Wages.** Firms pay additional proportional wages when they have had profits. That is, they follow a profit distribution procedure when possible (MICHAELY; ROBERTS, 2012). When having losses, firms pay wages solely proportionally to employees' qualification. Production is also a function of employees' qualification.

**Goods market.** Firms offer their products with given prices. Consumers choose from a subsample of firms; which is determined by a parameter of the model. When considering to purchase, consumers randomly decides from firms that either have the minimum price (MANKIW, 2011) or is the closest from its residence (FUJITA et al., 1999; LÖSCH, 1954).

**Labor market.** Candidates of age with a given qualification offer themselves repeatedly on the market. Firms offer posts given their current additional wage as a function of current profits. When experiencing losses, firms wage post is the unit. Matching happens between most qualified employee and either (randomly) closest firm and the one paying highest wages.

**Hiring and firing.** Firms decide on hiring or firing periodically, given an exogenous parameter. Typically, once every four months. When profit is positive, they offer one post. When profit is negative, they fire an employee. Hiring follows the process described in the labor market. The employee to be fired is chosen randomly from the pool of employees of the firm.

**Housing market.** Families enter the housing market periodically, following an exogenous parameter (IBBOTSON et al., 1985). Once in the market, their decision to move is for more quality, when families have wealth above the median of all families; or to move for cheaper houses and capitalizing on the difference, following a general model of urban economics (BRUECKNER, 1987; DIPASQUALE; WHEATON, 1996). In the first case, for each family in search, the available houses are ranked in order of quality. If the family's wealth plus the value of the current house is enough to best house, the transaction and the move occurs. In the second case, each family goes for the cheapest house.

**Emergence.** As output of the model, typical indicators of the economy are produced. We believe many of the results to be endogenous and robust on the parameters of the model. Built-in the model is the idea of economies of agglomeration and disagglomeration (FUJITA et al., 1999) and urban economics in general (BRUECKNER, 1987; DIPASQUALE; WHEATON, 1996). That is, the center (or the region) where there is a concentration of firms that are performing well tend to attract agents. Simultaneously, rent prices rise and such process expels families to poor suburbs. However, the central region is an endogenous result of the model.

**Adaptation and Learning.** Agents, families or firms do not adapt in the sense that they change the process of decision-making. However, the looseness of families in respect to household attachment along with the dynamics of price changing implies that families have to financially adapt to constant changing environment.

*Objectives.* Families' objective is either try to move to better quality places or have enough resources to keep consuming. Their 'success rate' is measured by their members' *utility*, which is an indicator that cumulatively measures their actual consumption. Firms' objective is to increase in size and keep on hiring and producing more and more. However, when out of equilibrium, objective changes to restore financial health (firing employees and lowering wages). Government (implicit) objective is to increase Quality Index.

*Prediction.* Decisions of all agents are based on cross-sectional information and do not try to infer the future. The model as a whole is intended as a comprehension mechanism and as a provider to the specific questions posed.

*Sensing.* Sensing is global for agents when looking for jobs. When consuming, sensing is restricted to the given number of firms defined (parameter) as its private market. Household price and quality changing mechanism is proportional to the observed at their region; which in turn is proportional to the sales of firms acting in the region.

*Interaction.* Interaction happens competitively at the three designed models. However, agents and firms interact directly only in the sense that they may be excluded from the selection process (of hiring or consuming), given that they have lower qualification, are offering lower salaries or expensive products. Implicitly, agents at the same region share the same Quality Index. Thus, families benefit from high quality households that is given by profitable firms in the region.

*Stochasticity.* Stochasticity plays an important role at this version of the model. All population of agents, families, firms, households is generated from a random process. Random decisions between two alternatives occur when deciding either for closest or cheapest product and for most qualified or closest living employee. Further, there is a random process when the agent decides the amount for consumption monthly and when the firm makes its firing decision.

*Collectives.* The only collective in the present model are the families. They have been described as a class above.

*Observation.* A number of statistics are collected on a monthly basis. However, they do not interfere endogenously, except for the average families' wealth (interferes on moving decision). The indicators available are absolute production sold (GDP), unemployment, average number of employees per firm, average utility of agents, average prices, average firms' balance, sum of firms' profit, GINI inequality index (based on families' average utility). Firms individually calculate and use their profits endogenously. Every three months they record their total balance and then they calculate next months' profit in relation to the recorded value.

*Parameters.* The following parameters are requested from the modeler at every simulation (see section 2.4).

*Iteration.* Given the artificialness of the population and the stochasticity described, the model was run 1,000 times for each regional configuration (one, four or seven regions) and the results are presented in terms of distributional statistics.

#### 5. Initialization

At time 0 of the simulation, a number of processes has already run and will not run again (see section 2.2.7). Given that this model is an artificial test aimed at scrutinizing (and proposing) the model itself and allowing only a hinted indication of public policy, the population is always a different one for each different run, given the parameters discussed. It is our plan to apply the model to a metropolitan area with fixed given population.

#### 6. Input data

The model does not use input data, as it is.

#### 7. Submodels

For submodels, see annexes A, B and C.